

**ANALISIS MODEL STOKASTIK MATEMATIKA *SEIR* PADA  
MODEL PENYEBARAN PENGGUNA NARKOBA DENGAN  
FAKTOR EDUKASI**

**SKRIPSI**

Diajukan sebagai persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Gorontalo

**RANTI SIDU**

412417007



PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI GORONTALO  
2024

**ANALISIS MODEL STOKASTIK MATEMATIKA  
SEIR PADA MODEL PENYEBARAN PENGGUNA  
NARKOBA DENGAN FAKTOR EDUKASI**

RANTI SIDU  
412417007



**SKRIPSI**

Diajukan sebagai persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program  
Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu  
Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Gorontalo

PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI GORONTALO  
GORONTALO  
2024



KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN  
RISET DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS NEGERI GORONTALO  
PROGRAM STRATA SATU

Jl. Prof. Dr. Ing. B.J. Habibie, Tialongkabila, Kab. Bone Bolango, 96554,  
Gorontalo, Indonesia, Telp (0435) 827213

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang saya susun untuk memenuhi persyaratan dalam menempuh ujian akhir guna memperoleh gelar Sarjana dari Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Gorontalo, merupakan hasil karya sendiri.

Adapun bagian-bagian tertentu dalam penulisan yang saya kutip dari hasil karya orang lain telah dituliskan sumbernya secara jelas sesuai dengan norma, kaidah, dan etika penulisan ilmiah dan buku pedoman penulisan karya ilmiah Universitas Negeri Gorontalo.

Apabila dikemudian hari ditemukan seluruh atau sebagian Undergraduate Thesis ini bukan hasil karya sendiri atau terdapat plagiat dalam bagian-bagian tertentu, maka saya bersedia menerima sanksi pencabutan gelar akademik yang saya sandang dan sanksi lainnya sesuai peraturan yang berlaku.

Gorontalo, 11 Juni 2024



Kanti Sidu

Nim. 412417007

## ABSTRAK

**RANTI SIDU, 2024.** ANALISIS MODEL STOKASTIK MATEMATIKA SEIR PADA MODEL PENYEBARAN PENGGUNA NARKOBA DENGAN FAKTOR EDUKASI. Skripsi. Gorontalo. Program Studi Matematika. Jurusan Matematika. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Negeri Gorontalo.

Pembimbing : (1) Dra. Lailany Yahya, M.Si, (2) Salmun K. Nasib, S.Pd.,M.Si

Model epidemik SEIR merupakan salah satu model epidemik yang merepresentasikan penyebaran pengguna narkoba pada empat kompartemen *susceptible*, *education*, *user*, dan *recovered*. Pada penelitian ini, model SEIR digunakan untuk mempelajari dinamika penyebaran pengguna narkoba dengan faktor edukasi. Studi ini bertujuan untuk menganalisis penyebaran pengguna narkoba dengan faktor edukasi menggunakan pendekatan stokastik matematika dengan mempertimbangkan faktor waktu kejadian. Analisis diawali dengan melakukan kontruksi model. Selanjutnya, ditentukan titik kesetimbangan dengan menentukan bilangan reproduksi dasar, selanjutnya menentukan peluang transisi dan peluang terjadinya pengguna dengan pendekatan stokastik *Continuous-time Markov Chain* (CTMC). Simulasi numerik untuk melihat pengaruh parameter laju populasi yang diedukasi, laju populasi yang direhabilitasi, laju populasi yang telah berhenti dan laju populasi rentan tanpa edukasi mendapatkan edukasi. Hasil analisis menunjukkan peluang terjadinya pengguna adalah 0 ketika  $\mathfrak{R}_0 \leq 1$  dan  $(1/\mathfrak{R}_0)^{i_0}$  ketika  $\mathfrak{R}_0 > 1$ . Hasil simulasi menunjukkan dengan laju individu yang diedukasi sebesar 80% dapat menyebabkan berkurangnya jumlah populasi rentan menggunakan narkoba. Adapun laju populasi yang direhabilitasi diperlukan sebanyak 7% per hari untuk mencegah meningkatnya kembali kasus penyebaran pengguna narkoba. Kemudian laju populasi yang telah berhenti diperlukan sebanyak 0,04% dapat mengalami peningkatan yang secara tidak langsung menyebabkan jumlah individu pengguna menurun. Selanjutnya laju populasi rentan tanpa edukasi mendapatkan edukasi diperlukan 7% untuk menekan angka populasi yang rentan dan populasi pengguna narkoba.

Kata Kunci: *Model Stokatik, Model Epidemik SEIR, CTMC, Narkoba*

## ABSTRACT

RANTI SIDU, 2024. *ANALYSIS OF THE SEIR MATHEMATICAL STOCHASTIC MODEL ON THE DISTRIBUTION MODEL OF DRUG USERS WITH EDUCATIONAL FACTORS.* Undergraduate Thesis. Gorontalo. Study Program of Mathematics. Department of Mathematics. Faculty of Mathematics and Natural Sciences. Universitas Negeri Gorontalo. The Supervisors : (1) Dra. Lailany Yahya, M.Si. (2) Salmun K. Nasib, S.Pd.,M.Si.

The SEIR epidemic model represents the distribution of drug users in four compartments: *susceptible*, *education*, *user*, and *recovered*. This research used the SEIR model to study the dynamics of drug users' distribution of drug users through educational factors using a mathematical stochastic approach by considering the time factor of occurrence. The initial analysis was constructing the model and determining the equilibrium point or basic reproductive number. Then, the analysis continued by determining the transition opportunities and opportunities for users using the *Continuous-time Markov Chain* (CTMC) stochastic approach and ended, with numerical simulations to see the influence of the parameters of the educated, rehabilitated, stopped, and uneducated vulnerable population to get education. The result showed that the chance of user occurrence was 0 when  $\mathfrak{R}_0 \leq 1$  and  $(1/\mathfrak{R}_0)^{10}$  when  $\mathfrak{R}_0 > 1$ . The simulation result showed that the educated individual rate (80%) decreased the number of vulnerable populations using drugs. The rate of the rehabilitated population required (7%) per day to prevent another escalation of drug user distribution. Further, the rate of population that has stopped potentially increased at any time; it required (0,04%) to cause the reduction of user indirectly. Lastly, the rate of vulnerable populations without education required (7%), to reduce the number of vulnerable populations of drug users.

Keywords: *Stochastic Model, SEIR Epidemic Model, CTMC, Drugs*

LEMBAR PERSETUJUAN PEMBIMBING

Skripsi yang berjudul "ANALISIS MODEL STOKASTIK  
MATEMATIKA SEIR PADA MODEL PENYEBARAN  
PENGGUNA NARKOBA DENGAN FAKTOR EDUKASI"

Oleh

RANTI SIDU  
NIM. 4124117007

Telah diperiksa dan disetujui untuk diujicob

Pembimbing 1

Dra. Lailany Yahya, M.Si  
NIP. 19681219 199403 2 001

Pembimbing 2,

Salmun K. Nasib, S.Pd.,M.Si  
NIP. 19890330 201903 2 018

Mengetahui,  
Koordinat Program Studi Matematika

Nisky Imansyah Yahya, S.Pd., M.Si  
NIP.19910730 202012 1 008

## LEMBAR PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul **"ANALISIS MODEL STOKASTIK MATEMATIKA SEIR PADA MODEL PENYEBARAN PENGGUNA NARKOBA DENGAN FAKTOR EDUKASI"**

Oleh

**RANTI SIDU**  
**NIM. 412417007**

Program Studi Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Telah dipertahankan di depan dewan pengaji

Hari, tanggal : Selasa, 11 Juni 2024

Waktu : 10.00 - 11.00 WITA

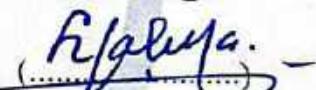
Tempat : Ruang Dosen Matematika Lt.3 FMIPA

**Pembimbing**

1. Dra. Lailany Yahya, M.Si  
NIP. 19681219 199403 2 001
2. Salmun K. Nasib, S.Pd.,M.Si  
NIP. 19890330 201903 2 018

Pembimbing 1

Tanda Tangan



Pembimbing 2

Tanda Tangan



**Pengaji**

1. Dr. Emli Rahmi, S.Pd., M.Si  
NIP. 19850428 201404 2 001
2. Djihad Wungguli, S.Pd.,M.Si  
NIP. 19890612 201903 1 018
3. Agusyarif Rezka Nuha, S.Pd.,M.Si  
NIP. 19930810 201903 1 009

Pengaji 1

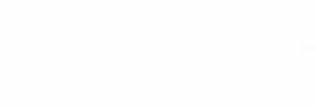
Pengaji 2

Pengaji 3

Tanda Tangan



Tanda Tangan



Tanda Tangan



Mengetahui,  
Dekan Fakultas Matematika dan IPA



Dr. Fitryane Lihawa, M.si  
NIP. 19691209 199303 2 001

## MOTTO PERSEMBAHAN

### Motto

*"Perjalananmu masih panjang, maka kuatlah dalam setiap perjalananmu itu, akan ada banyak luka, kecewa, dan sedih yang akan menghadangmu mungkin kamu hampir menyerah akan hal itu. Tetapi tanpa sadar kamu akan belajar bagaimana menemukan dirimu yang lebih baik dan lebih kuat untuk bersiap menuju kehidupan yang bahagia."*

### Persembahan

*Sebagai bentuk terima kasihku, skripsi ini kupersembahkan kepada:*

***Orang tuaku :***

*Mama Dewi Ulango dan Papa Yamin Sidu yang senantiasa memberikan segala dukungan, bimbingan serta kasih sayangnya sepanjang waktu. Sebagai wujud bakti dan rasa hormat, ku ucapkan terima kasih atas segala pengorbanan, melengkapi setiap kekurangan dan doa yang selalu dipanjatkan.*

***Keluargaku :***

*Terima kasih tak terhingga untuk semua keluargaku tercinta. Kepada Nenek Suwarni Husa, Kakaku Irfan Ulango, kakaku Fikran Sidu, dan kakaku Febriyanti Suluga, S.Kom yang selalu memberikan semangat dan motivasi dalam keseharian, dan terima kasih juga atas nasehat dan bantuan yang diberikan.*

***Untuk Almamaterku tercinta  
UNIVERSITAS NEGERI GORONTALO***



## KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh.

Puji syukur kehadirat Allah SWT. yang senantiasa memberikan limpahan Rahmat dan Karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Sholawat serta salam selalu tercurah kepada tauladan sepanjang masa, Nabi Muhammad SAW, beserta para keluarga, sahabat, dan para pengikutnya yang senantiasa istiqomah dalam sunnahnya hingga akhir jaman. Skripsi yang berjudul “Analisis Model Stokastik Matematika SEIR pada Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Faktor Edikasi” ini merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Gorontalo.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna yang disebabkan karena keterbatasan kemampuan dan pengetahuan penulis. Namun berkat adanya bimbingan dari dosen pembimbing akhirnya skripsi ini dapat terselesaikan. Untuk itu, dengan segala kerendahan hati penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada Ibu Dra. Lailany Yahya, M.Si selaku pembimbing I dan Ibu Salmun K. Nasib, S.Pd.,M.Si selaku pembimbing II yang telah bersedia meluangkan waktu, membimbing dan memberikan arahan-arahan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini. Skripsi ini juga tidak dapat terselesaikan tanpa adanya bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan banyak terima kasih kepada :

1. Bapak Dr. Eduart Wolok, S.T., M.T selaku Rektor Universitas Negeri Gorontalo.
2. Ibu Dr. Fitryane Lihawa, M.si selaku Dekan Fakultas Matematika Universitas Negeri Gorontalo.
3. Bapak Nurwan, S.Pd., M.Si selaku Koordinat Jurusan Matematika.
4. Bapak Nisky Imansyah Yahya, S.Pd., M.Si selaku Koordinat Program Studi Matematika.
5. Ibu Dr. Emli Rahmi, S.Pd., M.Si selaku penguji I, Bapak Djihad Wungguli, S.Pd.,M.Si selaku penguji II, dan Bapak Agusyarif Rezka Nuha, S.Pd.,M.Si selaku penguji III yang telah bersedia meluangkan waktunya dalam menguji serta memberikan kritik dan saran dalam perbaikan skripsi ini.

6. Seluruh Dosen Matematika Universitas Negeri Gorontalo yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah mendidik penulis selama menjadi mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Negeri Gorontalo.
7. Seluruh staf pegawai dan tata usaha Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Pengetahuan Alam yang telah membantu dalam segala urusan administrasi.
8. Teman-teman yang selalu membantu dan menemani dalam suka dan duka dari awal perkuliahan sampai dengan sekarang dan selalu memberikan dukungan dan motivasi, Nurul Putri Laiya, Ananda Sholihah Putri Laiya, Sislia Utina, Rabiyatul Adawiah S. Saleng, Kamelia Rasyid, dan Anggun Octafrinda Luneto.
9. Teman-teman INFIN17Y khususnya Matematika B yang telah berjuang bersama, saling memberi dukungan dan motivasi, selalu membantu dan mengarahkan ketika penulis melakukan kekeliruan.
10. Sahabatku Ryan Syawal yang selalu membantu dan menemani serta memberi dukungan selama penyusunan skripsi.
11. Kakak-kakak dan adik-adik jurusan matematika Universitas Negeri Gorontalo yang telah banyak membantu yang tidak dapat disebutkan namanya satu persatu.
12. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Semoga bantuan, dukungan, motivasi dan semua kebaikan kalian berikan mendapat balasan yang lebih baik dan berkali lipat dari Allah S.W.T. Penulis memohon maaf yang sebesar-besarnya jika terdapat kesalahan dan kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat dan menambah wawasan bagi kita semua.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh.

Gorontalo, 11 Juni 2024

RANTI SIDU

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL . . . . .</b>	<b>i</b>
<b>PRAKATA . . . . .</b>	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI . . . . .</b>	<b>x</b>
<b>DAFTAR GAMBAR . . . . .</b>	<b>xii</b>
<b>DAFTAR TABEL . . . . .</b>	<b>xiii</b>
<b>I PENDAHULUAN . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan Penelitian . . . . .	2
1.4 Manfaat Penelitian . . . . .	3
<b>II LANDASAN TEORI . . . . .</b>	<b>4</b>
2.1 Kajian Teori . . . . .	4
2.1.1 Titik Tetap . . . . .	4
2.1.2 Bilangan Reproduksi . . . . .	4
2.1.3 Ruang Keadaan ( <i>State Space</i> ) . . . . .	5
2.1.4 Model Matematika . . . . .	5
2.1.5 Peluang Transisi . . . . .	5
2.1.6 Proses Stokastik dan Rantai Markov . . . . .	5
2.1.7 Edukasi . . . . .	8
2.2 Penelitian Relevan . . . . .	8
2.2.1 Model penyebaran penyakit demam berdarah di kota depok (H. Sumarno, dkk (2015)) . . . . .	8
2.2.2 Model Stokastik Penyebaran Penyakit Kolera (Maisura, dkk) 2018) . . . . .	11
2.2.3 Analisis Kestabilan Model Penyebaran Pengguna Narkoba Dengan Faktor Edukasi (Husain, (2020)) . . . . .	12
2.2.4 Analisis Model Dinamika Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Faktor Edukasi (Supu (2020)) . . . . .	13
2.3 Penelitian yang akan dilakukan . . . . .	15

<b>III</b>	<b>METODOLOGI PENELITIAN . . . . .</b>	<b>16</b>
3.1	Waktu dan Tempat Penelitian . . . . .	16
3.1.1	Waktu Penelitian . . . . .	16
3.1.2	Tempat Penelitian . . . . .	16
3.2	Metode Penelitian . . . . .	16
3.3	Aplikasi yang Digunakan . . . . .	16
3.4	Tahapan dan Prosedur Analisis . . . . .	16
<b>IV</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN . . . . .</b>	<b>19</b>
4.1	Model SEIR pada Penyebaran Pengguna Narkoba . . . . .	19
4.2	Penentuan Titik Tetap . . . . .	20
4.3	Bilangan Reproduksi Dasar . . . . .	21
4.4	Model Stokastik Epidemik SEIR . . . . .	22
4.4.1	Peluang Transisi . . . . .	22
4.4.2	Peluang Pengguna . . . . .	27
4.5	Simulasi Numerik . . . . .	28
4.5.1	Simulasi Peluang Pengguna . . . . .	29
4.5.2	Simulasi Pengaruh Jumlah Individu yang Diedukasi ( $\sigma$ )	30
4.5.3	Simulasi Pengaruh Jumlah Individu yang Direhabilitasi ( $\eta$ ) . . . . .	31
4.5.4	Simulasi Laju Populasi yang Telah Berhenti ( $\tau$ ) . . . . .	32
4.5.5	Simulasi laju populasi rentan tanpa edukasi mendapatkan edukasi ( $\rho$ ) . . . . .	33
<b>V</b>	<b>PENUTUP . . . . .</b>	<b>35</b>
5.1	Kesimpulan . . . . .	35
5.2	Saran . . . . .	35
	<b>DAFTAR PUSTAKA . . . . .</b>	<b>37</b>
	<b>LAMPIRAN . . . . .</b>	<b>40</b>

## DAFTAR GAMBAR

2.1	Model populasi dengan model tertutup (Model 1) . . . . .	9
2.2	model populasi tertutup (Model 2) dengan kematian takibat infeksi	9
2.3	(Model 3): Model Populasi Terbuka . . . . .	10
2.4	Diagram menunjukkan kompartemen kolera SIR-B . . . . .	12
2.5	Representasi Diagram Peredaran Pengguna Narkoba . . . . .	13
2.6	Pola penyebaran pengguna narkoba dengan edukasi . . . . .	14
3.1	Tahapan dan Prosedur Analisis . . . . .	18
4.1	Diagram Kompertemen Model Penyebaran Pengguna Narkoba . .	19
4.2	Dinamika Populasi Untuk $R_0 > 1$ . . . . .	29
4.3	Pengaruh parameter terhadap perubahan $P_0$ . . . . .	30
4.4	Pengaruh parameter $\sigma$ . . . . .	31
4.5	Pengaruh parameter $\eta$ . . . . .	32
4.6	Pengaruh parameter $\tau$ . . . . .	33
4.7	Pengaruh parameter $\rho$ . . . . .	33

## **DAFTAR TABEL**

3.1 Waktu Penelitian . . . . .	16
4.1 Parameter model . . . . .	20
4.2 Nilai parameter pada model penyebaran pengguna narkoba . . . . .	28

## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Lampiran 1</b>	Penentuan Titik Tetap . . . . .	29
<b>Lampiran 2</b>	Syntax plot bidang solusi model peluang pengguna $S_n, S_e, I, R$ menggunakan Python 3.8 . . . . .	30
<b>Lampiran 3</b>	Syntax plot bidang solusi model peluang pengguna $S_n, S_e, I, R$ menggunakan Python 3.8 . . . . .	31
<b>Lampiran 4</b>	Syntax plot bidang solusi Pengaruh Jumlah Individu yang Diedukasi ( $\sigma$ ) menggunakan Python 3.8 . . . . .	32
<b>Lampiran 5</b>	Syntax plot bidang solusi Pengaruh Jumlah Individu yang Direhabilitasi ( $\eta$ ) menggunakan Python 3.8 . . . . .	33
<b>Lampiran 6</b>	Syntax plot bidang solusi Laju Populasi yang Telah Berhenti ( $\tau$ ) menggunakan Python 3.8 . . . . .	34
<b>Lampiran 7</b>	Syntax plot bidang solusilaju populasi rentan tanpa edukasi mendapatkan edukasi ( $\rho$ ) menggunakan Python 3.8 . . . . .	35

## **BAB I**

### **PENDAHULUAN**

#### **1.1 Latar Belakang**

Stokastik merupakan cabang ilmu matematika yang digunakan untuk menyelesaikan berbagai persoalan matematika maupun diluar matematika. Gejala yang dapat diukur dengan derajat kepastian yang tidak pasti disebut model stokastik. Secara umum, model stokastik epidemiologi menggunakan prinsip rantai markov. Pada tahun 1928 Reed dan Forst memperkenalkan model stokastik dengan waktu diskret. Sedangkan, pada tahun 1926 untuk pertama kalinya McKendrik mengusulkan model stokastik dengan waktu kontinu, dan pada tahun 1949 dikembangkan oleh Barlett dengan menggunakan model Kermack-McKendrick. Penelitian mengenai dinamika penyebaran penyakit dengan menggunakan model stokastik telah banyak dilakukan. Selanjutnya penulis akan mengembangkan model matematika dengan menggunakan analisis stokastik pada masalah penyebaran narkoba dengan faktor edukasi.

Narkotika diartikan sebagai obat atau bahan kimia yang berasal dari tumbuhan, atau bahkan bukan tumbuhan, berdasarkan Undang-Undang Narkotika Nomor 35 Tahun 2009. Obat-obatan dapat menyebabkan kesadaran berkurang, halusinasi dan daya rangsang. Penyalahgunaan narkoba dapat berdampak negatif terhadap kesehatan fisik, mental dan sosial (Yusuf, 2010). Badan Narkotika Nasional (BNN) melaporkan bahwa data dari penyalahgunaan narkoba semakin meningkat setiap tahunnya. Pada tahun 2015 penggunaan narkoba mencapai 4,1 juta jiwa. Selain itu, ditahun 2016 sebesar 2,21% atau sekitar 4,2 juta jiwa, serta pada tahun 2017 Badan Narkotika Nasional mengumumkan untuk data penyalahgunaan narkoba mencapai 3.376.115 jiwa dengan rentan umur 10-59 tahun dan tercatat paling banyak penggunaannya ialah remaja. Satu orang meninggal setiap 25 menit akibat meningkatnya kasus penggunaan narkoba.

Beberapa penelitian membahas mengenai penanganan narkoba telah melakukan pendekatan menggunakan model matematika. Beberapa penelitian terkait seperti, (Faisol, 2016) melakukan penelitian tentang analisis model tipe *SIRS* pada penyebaran pengguna narkoba yang

menghasilkan dua titik kesetimbangan yang bergantung pada bilangan reproduksi dasar. Selanjutnya, (Husain, 2020) telah melakukan penelitian model tipe *SEIR*, pada penyebaran pengguna narkoba. Dari hasil analisis tersebut diperoleh dua titik kesetimbangan, yaitu titik endemik pengguna narkoba dan titik bebas pengguna narkoba. Sedangkan (Supu, 2020) adalah analisis model dinamika penyebaran pengguna narkoba dengan faktor edukasi dan menambahkan populasi berhenti menggunakan narkoba, model ini dimodifikasi dari model White and Comiskey, sehingga model tersebut membentuk tipe *SURS*. Dalam penelitiannya, total populasi  $N$  dibagi menjadi tiga variabel: kelas individu rentan (*susceptible*) menjadi pengguna narkoba, ditandai dengan  $S$ , kelas individu pengguna narkoba yang tidak dalam masa pengobatan ditandai oleh  $U_1$ , dan kelas individu pengguna narkoba yang tidak dalam masa pengobatan ditandai dengan  $U_2$ . Total populasi dapat dituliskan  $N = S + U_1 + U_2$ .

Pada penelitian ini penulis akan memodifikasi model yang sudah dilakukan sebelumnya oleh (Husain, 2020) dengan menggunakan pendekatan stokastik yang belum banyak dilakukan. Pendekatan stokastik bisa menjadi solusi lain dengan mempertimbangkan faktor waktu kejadian. Berdasarkan penelitian ini akan dikembangkan model stokastik dengan pendekatan Continuous Time Markov Chain (CTMC).

## 1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah dari penelitian ini sebagai berikut :

1. Bagaimanakah model stokastik matematika pada model penyebaran pengguna narkoba dengan faktor edukasi ?
2. Bagaimanakah menentukan peluang transisi dan peluang pengguna dari model epidemik *SEIR* untuk model stokastik pada model penyebaran narkoba dengan faktor edukasi?
3. Melakukan simulasi numerik epidemik *SEIR* stokastik?

## 1.3 Tujuan Penelitian

Berikut ini adalah tujuan penelitian:

1. Mengkontruksi model stokastik matemtaika pada model penyebaran narkoba dengan faktor edukasi
2. Menentukan peluang transisi dan peluang pengguna dari model epidemik *SEIR*
3. Melakukan simulasi numerik epidemik *SEIR* stokastik

#### **1.4 Manfaat Penelitian**

Berikut ini adalah manfaat penelitian:

1. Dapat digunakan sebagai titik acuan baru bagi kemajuan penelitian khususnya dalam pengembangan ilmu matematika terkait pemodelan epidemik.
2. Dapat memberikan kontribusi dalam ilmu pengetahuan khususnya dibidang stokastik yang terkait dengan bidang kesehatan.
3. Penelitian ini bisa dijadikan bahan acuan untuk penelitian selanjutnya.
4. Memperluas wawasan dan pengetahuan mengenai penggunaan edukasi dalam upaya penanganan pengguna narkoba.

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### 2.1 Kajian Teori

##### 2.1.1 Titik Tetap

Berikut ditunjukan sistem persamaan diferensial dibawah ini:

$$\dot{x} = f(x) \quad (2.1)$$

Titik tetap disebut juga titik  $\bar{x}$  jika  $f(x) = 0$ . Menurut Tu (1994), titik ekuilibrium, titik kritis, atau titik ekuilibrium adalah nama lain dari titik tetap. Setelah itu yang mengandung nama titik tetap sekarang digunakan.

##### 2.1.2 Bilangan Reproduksi

Bilangan reproduksi, dinotasikan  $R_0$  Van Den Driessche dan Watmough (2002), adalah nilai prediksi terjadinya infeksi per satuan waktu. Pada penelitian ini, Van Den Driessche dan Watmough (2002) memperkenalkan metode yang bisa digunakan untuk menentukan  $R_0$ , yaitu dengan membuat matriks yang berasal dari subpopulasi penyebab infeksi. Matriks ini biasa disebut sebagai *the next generasi matrix*.

$F$  dan  $V^{-1}$  adalah dua komponen *the next generasi matrix*, yang didefinisikan sebagai.

$$C = FV^{-1} \quad (2.2)$$

Matriks yang berukuran  $n \times n$  adalah bagian  $F$  dan  $V$ , yaitu

$$F = \frac{\partial f_i}{\partial a_i}(0, b) \text{ dan } V = \frac{\partial v_i}{\partial a_i}(0, b_0) \quad (2.3)$$

Dimana titik tetap bebas penyakit dinotasikan dengan  $(0.b_0)$ . Notasi  $v$  mencerminkan tingkat migrasi penyakit, kematian, dan pemulihan dari kompartemen ith, sedangkan  $F_i$  menyatakan tingkat infeksi di kompartemen ith. Van Den Driessche dan Watmough (2002) menyatakan bahwa, diperoleh

$$\mathbf{R}_0 = \rho(FV^{-1}) \quad (2.4)$$

dimana modulus nilai eigen maksimum  $C = (FV^{-1})$  dilambangkan dengan  $\rho(FV^{-1})$ .

### 2.1.3 Ruang Keadaan (*State Space*)

Menurut Praptono (1986) state space (ruang keadaan) adalah himpunan suatu variable acak  $X_n$  dari suatu proses stokastik  $X_n, n \geq 1$ .

### 2.1.4 Model Matematika

$S(t)$ ,  $I(t)$ , dan  $R(t)$  adalah variabel peubah acak dari model stokastik. Rantai markov waktu diskrit (*DTMC*) adalah istilah yang digunakan untuk itu. Jika waktu bersifat diskrit dan keadaan (*state*) serta waktunya dianggap sebagai variabel acak. Model *Continu Time Markov Chain* (CTMC) dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan peubah state. Model *Stochastic Differential Equation* (SDE) digunakan jika state dan waktunya berkelanjutan (kontinu). Peubah *state* disebut juga dengan peubah acak diskret, dengan waktu kontinu

### 2.1.5 Peluang Transisi

Menurut (Ross, 2010), peluang transisi merupakan proses stokastik yang setelah transisi dimulai pada *state*  $i$  dan berakhir pada *state*  $j$ .

### 2.1.6 Proses Stokastik dan Rantai Markov

#### **Definisi 1 (Proses Stokastik)**

$\mathbf{X} = \{(t), t \in T\}$  merupakan Proses stokastik yang dipetakan pada ruang sampel  $\Omega$  ke ruang *state* menggunakan sekumpulan variabel acak.

(Ross, 2010)

#### **Definisi 2 (Rantai Markov Waktu Kontinu)**

Jika kriteria berikut terpenuhi, proses stokastik  $\{\mathbf{X}_t, t = 0, 1, 2, \dots\}$  disebut sebagai *Continuous-time Markov chain* (CTMC).

$0 \leq t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n \leq t_{n+1}$ , jika memenuhi sebarang bilangan real yang memenuhi

$$\begin{aligned}\mathbf{P}\{\mathbf{X}(t_{n+1}) = i_{n+1} | \mathbf{X}(t_0) = i_0, \mathbf{X}(t_1) = i_1, \dots, \mathbf{X}(t_n) = i_n\} \\ \mathbf{P}\{\mathbf{X}(t_{n+1}) = i_{n+1} | \mathbf{X}(t_n) = i_n\}\end{aligned}$$

(Allen, 2010)

### Definisi 3 (Proses Bercabang Ganda)

Berikut akan ditunjukkan proses bercabang Galton-Watson.

1. Kelahiran dan keturunan  $Y_n$  diberikan dalam generasi  $n$ , dengan variabel acak adalah  $Y_n$  dengan nilai  $\{0, 1, 2, \dots\}$ .  $\{p_k\}_{k=0}^{\infty}$  sebagai distribusi keturunannya, dimana

$$\mathbf{P}\{Y_n = k\} = p_k, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

2. Karana untuk setiap individu memberikan kelahiran yang saling bebas dari semua individu lain.
3. Setiap generasi  $n$  memiliki distribusi keturunan yang sama,  $\mathbf{Y}_n = \mathbf{Y}$ .

(Pénisson, 2010)

Misalkan  $\{I(t) : t \in [0, \infty]\}$  menjadi proses bercabang, dan  $I(t) = (I_1(t), \dots, I_n(t))^t$  menjadi kumpulan vektor variabel acak diskrit, di mana  $t$  adalah *transpose matriks* (Harris, 1963). Sebagai ilustrasi, setiap individu bertipe  $i$  akan melahirkan individu bertipe  $j$ , dan keturunan tipe  $i$  tidak bergantung pada jumlah yang dihasilkan keturunan oleh individu lain yang bertipe  $i$  atau bertipe  $j$ , dengan  $j \neq i$ . Selanjutnya, individu bertipe  $i$  memiliki sebaran peluang yang sama pada keturunannya. Untuk tipe apa pun  $i, i = 1, 2, \dots, n$ , misalkan  $\{Y_{ji}\}_{j=1}^n$  keturunan yang menjadi variabel acak. Kemudian,  $Y_{ji}$  menunjukkan jumlah keturunan tipe  $j$  yang dihasilkan oleh tipe  $i$ . Peluang individu tipe  $i$  melahirkan  $k_j$  individu tipe  $j$  adalah

$$\mathbf{P}_i(k_1, k_2, \dots, k_n) = \mathbf{P}(\mathbf{Y}_{1i} = k_1, \dots, \mathbf{Y}_{ni} = k_n).$$

(Jagers, 1975)

Selanjutnya *probability generating function* (pgf) keturunan  $i$  dengan memberikan  $I_i = 1$ , dan  $I_j(0) = 0, j \neq i$ , didefinisikan dengan

$$f_i(u_1, \dots, u_n) = \sum_{k_n=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_1=0}^{\infty} \mathbf{P}_i(k_1, k_2, \dots, k_n) u_1^{k_1} \cdots u_n^{k_n} \quad (2.5)$$

$f_i(1, \dots, 1) = 1$  dalam kasus ini.

(Mode, 1971)

### Definisi 4 (Probability Generating Function)

Probability Generating Function dari distribusi keturunan di definisikan sebagai berikut.

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k t^k$$

dengan rata-rata jumlah kelahiran dinyatakan sebagai

$$m = f'(1) = \lim_{t \rightarrow 1^-} f'(t) = \sum_{k=1}^{\infty} kp_k.$$

(Kimmel, 2002)

Diasumsikan PGF memenuhi lima sifat berikut.

1.  $f(0) = p_0 > 0$ ,  $f(1) = 1$ , dan  $p_0 + p_1 < 1$ .
2.  $f(t)$  kontinu pada  $t \in [0, 1]$ .
3.  $f(t)$  terdefinisi takhingga pada  $t \in [0, 1]$ .
4.  $f'(t) = \sum_{k=1}^{\infty} kp_k t^{k-1} > 0$  pada  $t \in (0, 1]$ .
5.  $f''(t) = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1)p_k t^{k-2} > 0$  pada  $t \in (0, 1]$ .

(Athreya, 1972)

### **Lemma 1**

Diasumsikan PGF memenuhi sifat (1)-(5). Maka  $m \leq 1$  jika dan hanya jika  $f'(t) < 1$  untuk  $t \in [0, 1]$ .

### **Lemma 2**

Diasumsikan PGF memenuhi sifat (1)-(5). Maka  $m \leq 1$  maka  $f$  memiliki titik tetap tertentu saat  $t = 1$  pada interval  $[0, 1]$ .

### **Teorema 1**

Misal pgf dari  $F$ , adalah

$$\mathbf{F}(t_1, \dots, t_k) = (f_1(t_1, \dots, t_k), \dots, f_k(t_1, \dots, t_k))$$

merupakan fungsi nonlinear dari variabel  $t_1, \dots, t_k$  dan ekspektasi matriks  $M$  beraturan dengan nilai eigen  $\lambda$ . Jika  $\lambda \leq 1$ , maka

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}\{\mathbf{X}(n) = 0 | \mathbf{X}(0) = \delta_i\} = 1, \quad (2.6)$$

$i = 1, 2, \dots, k$ . dan jika  $\lambda > 1$ , maka terdapat  $q = (q_1, q_2, \dots, q_k)$ ,  $0 < q_i < 1$  sedemikian sehingga

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}\{\mathbf{X}(n) = 0 | \mathbf{X}(0) = \delta_i\} = q_i \quad (2.7)$$

dimana  $q_i$  merupakan titik tetap dari fungsi pembangkit  $f_i$ ,  $f_i(q_1, q_2, \dots, q_n) = q_i$ .

(Allen, 2010)

### **Definisi 5 (Jalan Acak Sederhana)**

Rantai Markov dengan peluang transisi  $p_{i,i+1} = p$  dan  $p_{i,i-1} = 1 - p$ , dan ruang *state*  $i$  himpunan bilangan bulat disebut juga sebagai Jalan acak sederhana. Dimana  $0 < p < 1$  dan  $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

(Ross, 2010)

#### 2.1.7 Edukasi

Menurut (Notoadmojo, 2003), edukasi adalah upaya yang disengaja untuk mempengaruhi orang dalam banyak cara — secara individu, dalam kelompok, atau dalam masyarakat. Tindakan berikut dapat diambil untuk menghentikan penyebaran penggunaan narkoba sebagai berikut:

1. Pencegahan primer Orang-orang yang tidak terbiasa dengan obat-obatan dan unsur-unsur sosial yang dapat menghentikan penggunaan narkoba ditunjukkan pencegahan ini.
2. Pencegahan sekunder Mereka yang mencoba menyalahgunakan narkoba menjadi sasaran pencegahan ini dalam upaya membantu mereka berhenti.
3. Pencegahan tertier Pencegaahan tertier ini ditujukan kepada orang yang masih menggunakan Kembali narkoba dan yang pernah menggunakan narkoba agar tidak Kembali menggunakan narkoba.

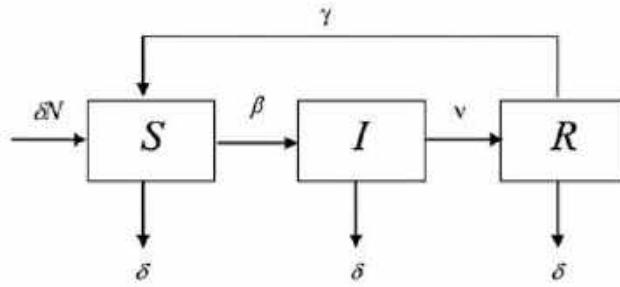
## **2.2 Penelitian Relevan**

### 2.2.1 Model penyebaran penyakit demam berdarah di kota depok (H. Sumarno, dkk (2015))

Tiga model yang digunakan dalam penelitian ini: model populasi terbuka (model 3), model tertutup (model 1), dan model tertutup tetapi mati (model 2) karena infeksi..

#### **- Model Tertutup (Model 1)**

Model ini mengasumsikan bahwa kematian secara keseluruhan sama dengan tingkat kesuburan. Selain itu, model ini membuat asumsi bahwa migran yang keluar dan mereka yang masuk keduanya rentan. Akibatnya, ukuran populasi tetap konstan selama periode eksekusi. Diagram kompartemen untuk model SIRS dapat dijelaskan sebagai berikut berdasarkan asumsi yang disebutkan di atas:



**Gambar 2.1.** Model populasi dengan model tertutup (Model 1)

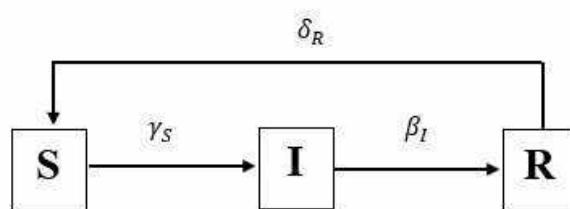
dengan keterangan parameter : Berdasarkan diagram kompartemen diatas hubungan antar kompartemen dari sistem dinamik dari model ini dapat dituliskan dalam bentuk persamaan berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \delta_R R + \gamma_S f_{IS} S \\ \frac{dI}{dt} &= \gamma_S f_{IS} S + \beta_I I \\ \frac{dR}{dt} &= \beta_I I + \delta_R R\end{aligned}\tag{2.8}$$

Untuk interaksi  $S$  dengan  $I$ ,  $\gamma_S$ ,  $\beta_I$ ,  $\delta_R$ , dan  $f_{IS}$ , dalam urutan itu, laju infeksi, laju sembuh, laju rentan, dan faktor koreksi untuk  $N = S + I + R$ .

#### - Model tertutup dengan kematian akibat infeksi (Model 2)

Jika mereka hanya meninggal karena infeksi, model mengasumsikan bahwa tingkat kesuburan dan kematian adalah sama. Selain itu, dalam keadaan rentan, model mengasumsikan bahwa migrasi keluar dan masuk identik. Dalam model ini, jumlah populasi bervariasi selama periode eksekusi. Kompartemen model  $SIRS$  dari populasi tertutup yang meninggal akibat infeksi digambarkan sebagai berikut:



**Gambar 2.2.** model populasi tertutup (Model 2) dengan kematian takibat infeksi

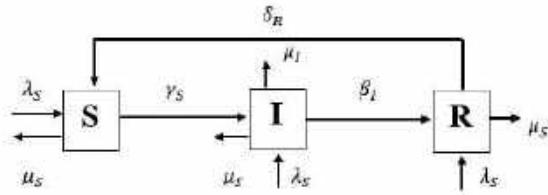
Sistem persamaan diferensial berikut ini merepresentasikan hubungan antar keadaan pada Model 2:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \delta_R R - \gamma_S f_{IS} S \\ \frac{dI}{dt} &= \gamma_S f_{IS} S - \beta_I I - \mu_I I \\ \frac{dR}{dt} &= \beta_I I - \delta_R R\end{aligned}\quad (2.9)$$

Laju individu yang rentan, laju individu sembuh, laju infeksi, laju kematian akibat infeksi dengue, dan faktor koreksi interaksi  $S$  dengan  $I$  dinyatakan oleh  $N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$ ,  $\gamma_S$ ,  $\beta_I$ ,  $\delta_R$ , dan  $f_s$ .

### - Model Populasi Terbuka (Model 3)

Selain itu, model ini membuat asumsi bahwa tingkat migrasi, kematian, dan kesuburan akan cocok dengan yang ada dalam keadaan aktual. Karena itu, jumlah populasi dalam model ini bervariasi selama periode eksekusi. Berikut adalah contoh cara mengilustrasikan diagram kompartemen:



**Gambar 2.3.** (Model 3): Model Populasi Terbuka

Sistem persamaan diferensial berikut menyatakan hubungan antara *state* Model 2:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= (\delta_R + \gamma_S)R - \gamma_S f_{IS} S + (\lambda_S)S + +\lambda_S I \\ \frac{dI}{dt} &= \gamma_S f_{IS} S - (\beta_I - \mu_I)I \\ \frac{dR}{dt} &= \beta_I I - (\delta_R + \mu_R)R\end{aligned}\tag{2.10}$$

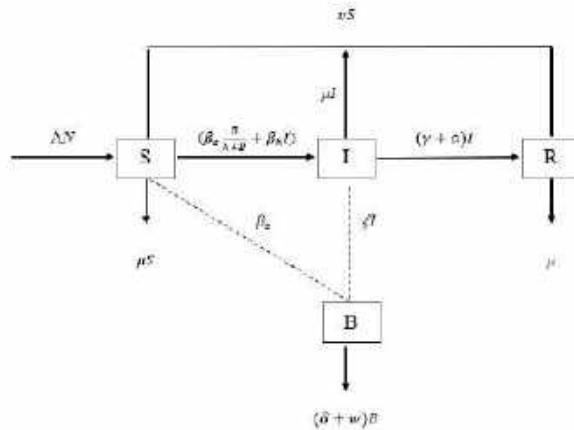
Jumlah individu yang rentan, individu yang sembuh, dan individu terinfeksi masing-masing dinyatakan sebagai  $\gamma_S$ ,  $I$ , dan  $\delta_R$ , untuk setiap  $N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$ . Selain itu, tingkat kelahiran populasi rentan, terinfeksi, dan sembuh (yang telah diverifikasi oleh migrasi murni) dinyatakan sebagai  $\lambda_S$ ,  $\lambda_I$ , dan  $\lambda_R$ , masing-masing. (*netmigration*) Tingkat kematian pada populasi yang rentan, terinfeksi, dan sembuh juga masing-masing dinyatakan sebagai  $\mu_S$ ,  $\mu_I$ , dan  $\mu_R$ , dan penyesuaian faktor untuk interaksi  $S$  dengan  $I$  dinyatakan dengan  $f_{IS}$ .

### 2.2.2 Model Stokastik Penyebaran Penyakit Kolera (Maisura, (dkk) 2018)

Empat kompartemen digunakan dalam model Wang dan Modnak:  $S$ ,  $I$ ,  $R$ , dan  $B$ . Diasumsikan sebagai kompartemen orang yang rentan terhadap penyakit (*susceptible*), orang yang terinfeksi (*infected*), dan orang yang sembuh (*recovered*) untuk setiap  $S$ ,  $I$ , dan  $R$ . Konsentrasi bakteri *Vibrio Cholera* di lingkungan (seperti air yang tercemar) dinyatakan untuk notasi  $B$ . Asumsi yang dibuat dalam model ini adalah bahwa tingkat kelahiran dan kematian adalah sama, yang berarti bahwa  $\frac{dN}{dt} = 0$  mewakili ukuran populasi konstan. Populasi dapat dinyatakan sebagai berikut karena konstan.  $N = S + I + R$ , di mana  $N$  mewakili total populasi. Berdasarkan model ini. Kita akan melihat hasil dari tiga perlakuan, yaitu sanitasi air (w), pengobatan (a), dan vaksin (v). Selain itu, model ini dibangun menggunakan komponen lingkungan dan populasi manusia ( $SIR - B$ ).

Menurut model ini, individu yang rentan dapat menyebar melalui  $\beta_{eB}^B + \beta_h I$  melalui populasi yang terinfeksi. Akibatnya, kompartemen  $S$  akan menyusut akibat infeksi kolera, baik akibat interaksi antar manusia ( $\beta_h$ ) atau karena mencerna bakteri di lingkungan ( $\beta_e$ ). Populasi rentan akan menerima vaksinasi dengan laju  $v$  untuk memastikan bahwa sebanyak  $v_S$  individu di setiap kompartemen dapat pulih. Individu yang terinfeksi akan sembuh secara alami  $\gamma_I$  dan  $aI$  untuk pemulihan akibat pengobatan. Selain itu, anggota populasi yang pulih tidak akan kembali rentan atau tertular. Individu yang berada dalam kompartemen yang terinfeksi *Kolera* dapat memengaruhi jumlah individu yang berada dalam kompartemen konsentrasi

bakteri  $V$  dengan laju  $\xi$ .



**Gambar 2.4.** Diagram menunjukkan kompartemen kolera SIR-B

Anda dapat menggunakan keturunan proses percabangan *probability generating function* (pgf) untuk menghitung kemungkinan terjadinya wabah. Temuan penelitian ini sesuai dengan model stokastik, yang menyatakan bahwa ada kemungkinan bebas penyakit jika ( $R_0 > 1$ ) lebih dari satu daripada laju reproduksi dasar. Selain itu, kemungkinan bebas penyakit adalah sama pada model populasi konstan dan tidak konstan.

### 2.2.3 Analisis Kestabilan Model Penyebaran Pengguna Narkoba Dengan Faktor Edukasi (Husain, (2020))

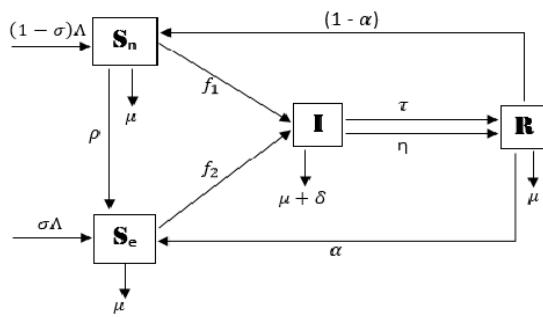
Pada model ini, telah dibahas mengenai model sebaran narkotika *SEIR* yang kestabilannya terlihat dari nilai bilangan reproduksi dasar. Populasi rentan dengan edukasi ( $S_e$ ), populasi rentan tanpa edukasi ( $S_n$ ), populasi yang berhenti menggunakan narkoba ( $R$ ), dan populasi pengguna narkoba ( $I$ ) terdiri dari empat kelas yang membentuk populasi keseluruhan dalam model ini.

Populasi  $S_n$  akan berpindah pada populasi  $S_e$  dengan laju perpindahan  $\rho$ . Hal ini terjadi setelah populasi  $S_n$  memperoleh edukasi. Dalam penelitian ini diasumsikan serupa dengan gaya tarik menarik dalam fisika dimana interaksi sosial antara populasi  $S_n$ ,  $S_e$ , dan  $I$ , dengan laju interaksi sebagai berikut:  $f_1 = \frac{\beta_1 S_n I}{N}$  untuk  $S_n$  dan  $f_1 = \frac{\beta_2 S_e I}{N}$  untuk  $S_e$  dan  $I$ , dengan  $\beta_1$  dan  $\beta_2$  masing-masing mewakili tingkat infeksi untuk  $S_n$  dan  $S_e$ . Dalam contoh ini, total populasi diwakili oleh  $N = S_n + S_e + I + R$ .

Tingkat rehabilitasi pengguna narkoba  $\eta$  dapat menyebabkan penurunan populasi  $I$ . Populasi  $I$  juga dapat berpindah ke populasi  $R$

dengan laju perpindahan  $\tau$ . Ketika pengguna narkoba menyadari risiko penggunaan narkoba, mereka berhenti menggunakan narkoba. Angka kematian alami sebesar  $\mu$  akan menyebabkan penurunan setiap populasi, sedangkan angka kematian akibat penyakit yang disebabkan oleh narkoba sebesar  $\delta$  dapat menyebabkan penurunan populasi sebesar  $I$ . Populasi  $R$  berubah menjadi populasi  $S_e$  dengan laju perpindahan  $\alpha$ , jumlah sisa  $(1 - \alpha)$  menunjukkan tingkat perpindahan populasi  $R$  menuju populasi  $S_n$ .

Diagram kompartemen pada Gambar 2.6 secara skematis mewakili pola distribusi pengguna narkoba:



**Gambar 2.5.** Representasi Diagram Peredaran Pengguna Narkoba

Penyebaran pengguna narkoba ditampilkan dalam model matematika sebagai berikut pada Gambar 2.6:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= (1 - \alpha)\Lambda - \frac{\beta_1 S_n I}{N} - (\rho + \mu)S_n + (1 - \alpha)R \\
 \frac{dE}{dt} &= \sigma\Lambda + \rho S_n - \frac{\beta_2 S_e I}{N} - \mu E S_e + \alpha R \\
 \frac{dI}{dt} &= \frac{\beta_1 S_n I}{N} + \frac{\beta_2 S_e I}{N} - (\tau + \eta + \mu + \delta)I \\
 \frac{dR}{dt} &= (\tau + \eta)I - (\mu + \alpha + 1)R
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Dengan:

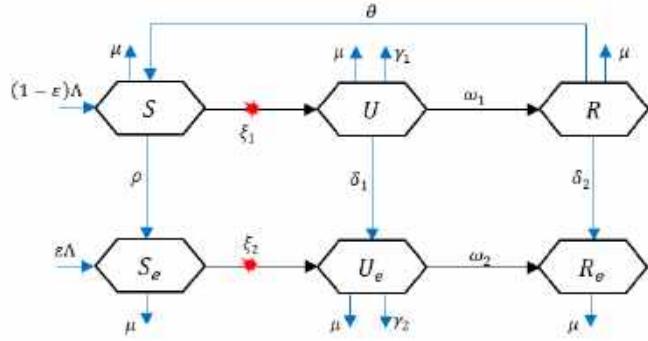
$$N = S_n + S_e + I + R \tag{2.12}$$

#### 2.2.4 Analisis Model Dinamika Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Faktor Edukasi (Supu (2020))

Dalam pendekatan ini, seluruh populasi dinotasikan dengan  $N$ . Enam kelompok populasi dibentuk dengan melakukan hal ini: individu rentan menggunakan narkoba ( $S$ ), individu yang pernah menggunakan narkoba ( $U$ ), individu yang telah berhenti menggunakan narkoba ( $R$ ), individu yang rentan diberikan edukasi ( $S_e$ ), pengguna narkoba yang diberikan edukasi

( $U_e$ ), dan individu berhenti menggunakan narkoba ( $R_e$ ). Dapat ditulis,  $N = S + U + R + (S_e) + (U_e) + (R_e)$  digunakan untuk menyatakan total populasi.

Secara skematis, diagram kompartemen Gambar 2.7 menjelaskan pola sebaran pengguna narkoba pada model ini:



**Gambar 2.6.** Pola penyebaran pengguna narkoba dengan edukasi

Diperoleh model matematika sistem persamaan diferensial yang diturunkan berdasarkan Gambar 2.7:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= (1 - \varepsilon)\Lambda + \theta R - \left(\frac{\beta U}{N} + (1 - \sigma)\frac{\beta U_e}{N}\right)S - (\rho + \mu)S \\
 \frac{dU}{dt} &= \left(\frac{\beta U}{N} + (1 - \sigma)\frac{\beta U_e}{N}\right)S - (\mu + \gamma_1)U - (\delta_1 + \omega_1)U \\
 \frac{dR}{dt} &= \omega_1 U - (\delta_2 + \mu)R - \theta R \\
 \frac{dS_e}{dt} &= \varepsilon\Lambda + \rho S - (1 - \psi)\left[\frac{\beta U}{N} + (1 - \sigma)\frac{\beta U_e}{N}\right]S_e - \mu S_e \\
 \frac{dU_e}{dt} &= (1 - \psi)\left[\frac{\beta U}{N} + (1 - \sigma)\frac{\beta U_e}{N}\right]S_e - \mu S_e + \delta_1 U - (\mu + \gamma_2)U_e - \omega_2 U_e \\
 \frac{dR_e}{dt} &= \omega_2 U_e + \delta_2 R - \mu R_e
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

dengan

$$\lambda_1 = \frac{\beta U}{N} + (1 - \sigma)\frac{\beta U_e}{N}, \lambda_2 = (1 - \psi)\left[\frac{\beta U}{N} + (1 - \sigma)\frac{\beta U_e}{N}\right] \tag{2.14}$$

dan

$$\frac{dN}{dt} = \Lambda - \mu N - \gamma_1 U - \gamma_2 U_e \tag{2.15}$$

dengan

$$N = S + U + R + S_e + U_e + R_e \tag{2.16}$$

### 2.3 Penelitian yang akan dilakukan

Pada penelitian ini penulis akan menggunakan analisis stokastik sama seperti apa yang digunakan dua artikel diatas yaitu Model penyebaran kolera *SIR – B* Wang dan Modnak dengan populasi konstan yang dimodifikasi oleh Maisura dan kawan-kawan dan Model penyebaran penyakit demam berdarah di kota depok (H. Sumarno, dkk. 2015). Sehingga penulis menggunakan artikel ini sebagai jurnal acuan atau penelitian yang relevan. Untuk artikel rujukan selanjutnya yaitu artikel dari (Supu, 2020) tentang analisis model dinamika penyebaran pengguna narkoba dengan faktor edukasi model *SURS*. Penulis menjadikan bahan rujukan disebabkan artikel ini juga mengacu pada penyebaran pengguna narkoba dengan model acuan tipe *SIR* dan dimodifikasi menjadi model *SURS*.

Selain itu, Model *SEIR* pada analisis kestabilan model penyebaran pengguna narkoba dengan faktor edukasi (Husain, 2020) akan dimodifikasi menjadi analisis stokastik oleh penulis dalam penelitian ini. Selain itu, Artikel ini juga mengacu pada model tipe *SIR* (White dan Comiskey, 2007).

## BAB III

### METODOLOGI PENELITIAN

#### **3.1 Waktu dan Tempat Penelitian**

##### **3.1.1 Waktu Penelitian**

Waktu penelitian ini dapat dilihat pada Tabel 3.1

**Tabel 3.1.** Waktu Penelitian

No.	Kegiatan	Waktu Penelitian				
		Juli 2021	Maret 2024	April 2024	Mei 2024	Juni 2024
1	Pengajuan Topik Penelitian					
2	Bimbingan Proposal					
3	Seminar Proposal					
4	Pelaksanaan Penelitian					
5	Bimbingan Hasil					
6	Seminar Hasil					
7	Revisi Seminar Hasil					
8	Bimbingan Skripsi					
9	Ujian Skripsi					

##### **3.1.2 Tempat Penelitian**

Laboratorium Komputasi Matematika Universitas Negeri Gorontalo dijadikan sebagai tempat analisis data penelitian.

#### **3.2 Metode Penelitian**

Penelitian ini akan digunakan metodologi tinjauan studi literatur, dengan mencari publikasi dan referensi mengenai model matematika berbasis analisis stokastik dan model matematika untuk sebaran pengguna narkoba.

#### **3.3 Aplikasi yang Digunakan**

Pada penelitian ini aplikasi yang digunakan adalah:

- Python, digunakan untuk analisis model stokastik dan mengsimulasikan model.

#### **3.4 Tahapan dan Prosedur Analisis**

1. Penelusuran jurnal dan referensi.

Tahap awal pada penelitian ini yaitu melakukan penelusuran beberapa referensi baik jurnal maupun artikel yang berkaitan dengan penelitian

penyebaran pengguna narkoba.

2. Penentuan asumsi.

Setelah menentukan model yang akan diteliti, dibuat beberapa asumsi untuk digunakan sebagai keperluan untuk memodifikasi model.

3. Mencari titik kesetimbangan.

Setelah diperoleh model , akan dicari titik kesetimbangan dari model penyebaran pengguna narkoba.

4. Menentukan bilangan reproduksi dasar dari model penyebaran pengguna Narkoba.

5. Melakukan proses stokastik dengan menggunakan proses Makov.

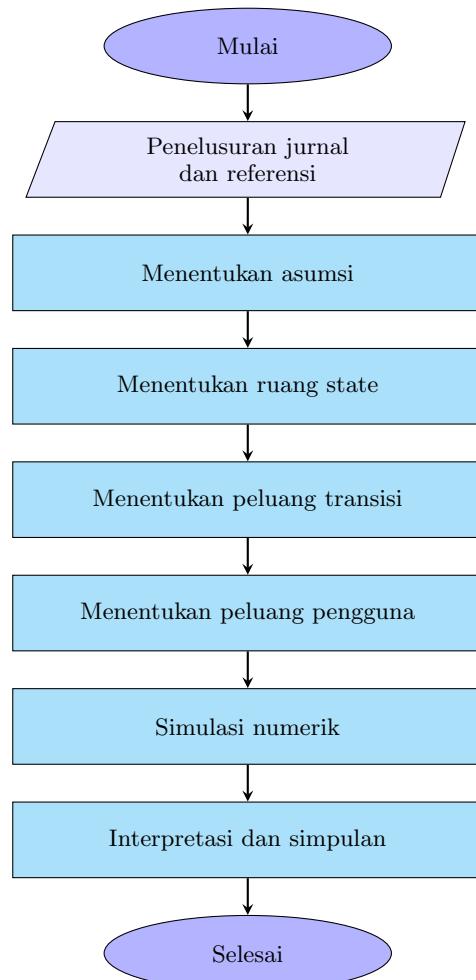
6. Mencari suatu peluang dengan menggunakan proses bercabang.

7. Melakukan analisis stokastik dari model penyebaran pengguna narkoba.

8. Simulasi numerik

9. Interpretasi dan simpulan.

Untuk lebih jelasnya akan ditunjukkan pada diagram alir berikut:



**Gambar 3.1.** Tahapan dan Prosedur Analisis

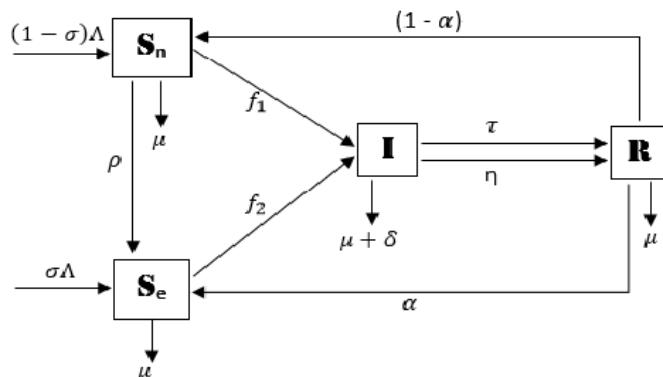
## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 4.1 Model SEIR pada Penyebaran Pengguna Narkoba

Pada penilitian model (Husain, 2020) membagi total populasi menjadi empat bagian yakni, populasi rentan mengguakan narkoba tanpa edukasi  $S_n$ , populasi yang rentan dengan edukasi  $S_e$ , populasi pengguna narkoba  $I$ , dan populasi berhenti menggunakan narkoba  $R$ . Laju individu rentan mendapat edukasi sebesar  $\sigma$  dan sisanya yang belum mendapat edukasi sebesar  $1 - \sigma$  dengan ( $0 < \sigma < 1$ ) (Li dan Ma, 2018). Infeksi terjadi karena interaksi sosial yang didasarkan pada faktor-faktor penyebab terjadinya penyalahgunaan narkoba. Interaksi sosial antar populasi  $S_n$ ,  $S_e$ , dan  $I$  dalam penelitian ini diasumsikan dengan gaya tarik-menarik dalam fisika. Hasilnya, tingkat interaksi antara  $E$  dan  $I$  adalah  $f_2 = \frac{\beta_2 S_e I}{N}$ , dan tingkat interaksi antara  $S_n$  dan  $I$  adalah  $f_1 = \frac{\beta_1 S_n I}{N}$ .

Secara skematis, diagram kompartemen Gambar 4.1 menunjukkan pola sebaran pengguna narkoba.



**Gambar 4.1.** Diagram Kompartemen Model Penyebaran Pengguna Narkoba

Sistem persamaan diferensial menjadi dasar model matematika yang dibuat berdasarkan skema yang ditunjukkan pada Gambar 4.1

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= (1 - \alpha)\Lambda - \frac{\beta_1 S_n I}{N} - (\rho + \mu)S_n + (1 - \alpha)R \\ \frac{dS_e}{dt} &= \sigma\Lambda + \rho S_n - \frac{\beta_2 S_e I}{N} - \mu S_e + \alpha R \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{\beta_1 S_n I}{N} + \frac{\beta_2 S_e I}{N} - (\tau + \eta + \mu + \delta)I \\ \frac{dR}{dt} &= (\tau + \eta)I - (\mu + 1)R\end{aligned}\tag{4.1}$$

Adapun parameter yang digunakan pada Persamaan (4.1) dapat dilihat pada Tabel (4.1).

**Tabel 4.1.** Parameter model

Parameter	Keterangan
$\Lambda$	laju rekrutmen menjadi individu rentan.
$\sigma$	Proporsi individu rekrutmen baru yang diberi edukasi.
$\mu$	laju kematian alami pada setiap populasi.
$\delta$	laju kematian akibat penyakit yang disebabkan narkoba.
$\rho$	laju perpindahan populasi rentan tanpa edukasi mendapatkan edukasi.
$\beta_1$	laju infeksi populasi pengguna narkoba pada populasi rentan tanpa edukasi.
$\beta_2$	adalah laju infeksi populasi pengguna narkoba pada populasi rentan dengan edukasi.
$\tau$	laju perpindahan populasi pengguna narkoba menjadi populasi yang telah berhenti menggunakan narkoba.
$\eta$	laju populasi pengguna narkoba mendapat rehabilitasi.
$\alpha$	laju perpindahan populasi yang telah berhenti menggunakan narkoba kembali menjadi populasi rentan dengan edukasi.

## 4.2 Penentuan Titik Tetap

Titik tetap bebas pengguna narkoba dan titik tetap endemik merupakan dua titik tetap dalam model epidemik. Penyebaran pengguna narkoba diperoleh dengan menetapkan sistem persamaan menjadi konstan sepanjang waktu, atau  $\frac{dS_n}{dt} = 0$ ,  $\frac{dS_e}{dt} = 0$ ,  $\frac{dI}{dt} = 0$ , dan  $\frac{dR}{dt} = 0$ , adalah titik tetap model epidemi SEIR. Berikut ini adalah titik tetap tanpa pengguna narkoba yang dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan tersebut.

$$T_0 = (S_n, S_e, I, R)\tag{4.2}$$

dengan

$$\begin{aligned}
S_n &= \frac{\Lambda - \Lambda\sigma}{\mu + \rho} \\
S_e &= \frac{\Lambda(\rho + \mu\sigma)}{\mu(\mu + \rho)} \\
I &= 0 \\
R &= 0
\end{aligned} \tag{4.3}$$

dimana  $S_n$ ,  $S_e$ ,  $I$ ,  $R$  berturut-turut menyatakan banyaknya individu rentan tanpa edukasi, rentan dengan edukasi, pengguna narkoba, berhenti menggunakan narkoba pada saat tidak ada satupun pengguna.

### 4.3 Bilangan Reproduksi Dasar

(Diekmann 1990) *the Next Generation Matrix* digunakan untuk menghitung bilangan reproduksi dasar, bilangan ini dapat digunakan untuk menentukan seberapa cepat suatu penyakit dapat menyebar ke suatu populasi. Urutan subpopulasi  $I$ , yang menyebabkan pengguna, menjadi dasar penentuan, yaitu sebagai berikut.

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta_1 S_n I}{N} + \frac{\beta_2 S_e I}{N} - (\tau + \eta + \mu + \delta)I \tag{4.4}$$

Berdasarkan sistem persamaan model penyebaran pengguna narkoba, diperoleh laju pengguna matriks  $\mathbf{F}$  dan laju transisi matriks  $\mathbf{V}$  berukuran  $2 \times 2$ , yakni:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \frac{\beta_2 \rho + \mu(\beta_1 - \beta_1 \sigma + \beta_2 \sigma)}{\mu + \rho} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{pmatrix} \delta + \eta + \mu + \tau & 0 \\ -\eta - \tau & 1 + \mu \end{pmatrix}$$

selanjutnya diperoleh matriks  $\mathbf{K} = \mathbf{F}\mathbf{V}^{-1}$

$$\begin{aligned}
\mathbf{K} &= \begin{pmatrix} \frac{\beta_2 \rho + \mu(\beta_1 - \beta_1 \sigma + \beta_2 \sigma)}{\mu + \rho} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{1 + \mu(\delta + \eta + \mu + \tau) - 0} \begin{pmatrix} \delta + \eta + \mu + \tau & 0 \\ -\eta - \tau & 1 + \mu \end{pmatrix} \\
\mathbf{K} &= \begin{pmatrix} \frac{\beta_2 \rho + \mu(\beta_1 - \beta_1 \sigma + \beta_2 \sigma)}{(\mu + \rho)(\delta + \eta + \mu + \tau)} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

kemudian gunakan persamaan (2.4) untuk mencari nilai eigen matriks  $\mathbf{K}$  dan bilangan reproduksi dasar.

$$\mathfrak{R}_0 = \frac{\beta_2 \rho + \mu(\beta_1(1 - \sigma) + \beta_2 \sigma)}{(\mu + \rho)(\delta + \eta + \mu + \tau)} \tag{4.5}$$

## 4.4 Model Stokastik Epidemik SEIR

### 4.4.1 Peluang Transisi

Peluang transisi model epidemik SEIR stokastik dengan pendekatan rantai Markov waktu kontinu (CTMC) diartikan dalam bentuk *infinitesimal transition probabilities* dimana terdapat  $o(\Delta t)$  dengan  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} = 0$ . Hal ini tidak dapat dinyatakan dengan pasti dan memiliki nilai peluang yang sangat kecil. Pada model epidemik SEIR stokastik terdapat 4 variabel acak bernilai diskrit yaitu  $(S_n(t), S_e(t), I(t) \text{ dan } R(t))$ . Model epidemik ini telah memenuhi sifat Markov:

$$P\{S_n(t + \Delta t), S_e(t + \Delta t), I(t + \Delta t) | (S_n(0), S_e(0), I(0)),$$

$$(S_n(\Delta t), S_e(\Delta t), I(\Delta t), R(\Delta t)) | S_n(t), S_e(t), I(t), \dots, (S_n(t), S_e(t), I(t))\} =$$

$$P\{S_n(t + \Delta t), S_e(t + \Delta t), I(t + \Delta t), R(t + \Delta t) | S(t), E(t), I(t)\}$$

Proses stokastik model epidemik  $\vec{X}(t) = (S_n(t), S_e(t), I(t), R(t))$  dimana  $t \in [0, \infty)$  didefinisikan sebagai berikut.

$$p_{\mathbf{l} \rightarrow \mathbf{m}}(\Delta t) = Prob\{\vec{X}(t + \Delta t) = \mathbf{l} | \vec{X}(t) = \mathbf{m}\} = P(\mathbf{l}, \mathbf{m})\Delta t + o(\Delta t). \quad (4.6)$$

dimana waktu  $t$  adalah satu-satunya faktor yang menentukan peluang transisi pada waktu  $(t + \Delta t)$ . Jika  $(S_n(t), S_e(t), I(t), R(t)) = (s_n, s_e, i, r)$  dan  $S_n(t + \Delta t), S_e(t + \Delta t), I(t + \Delta t), R(t + \Delta t) = (s_n, s_e, i, r)$ , maka perpindahan dari state  $(s_n, s_e, i, r)$  menuju state  $(s_n, s_e, i, r)$  dapat dinyatakan sebagai

$$P_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)}(t + \Delta t) = P\{S_n(t + \Delta t) = l, S_e(t + \Delta t) = m, I(t + \Delta t) = n, R(t + \Delta t) = o \\ | S_n(t) = s_n, S_e(t) = s_e, I(t) = i, R(t) = r\}$$

Proses stokastik model epidemik ini memenuhi karakteristik Markov:

$$P\{S_n(t + \Delta t), S_e(t + \Delta t), I(t + \Delta t), R(t + \Delta t) | (S_n(0), S_e(0), I(0), R(0)),$$

$$(S_n(\Delta t), S_e(\Delta t), I(\Delta t), R(\Delta t)) | S_n(t), S_e(t), I(t), R(t), \dots, (S_n(t), S_e(t), I(t), R(t)) =$$

$$P\{S_n(t + \Delta t), S_e(t + \Delta t), I(t + \Delta t), R(t + \Delta t) | S_n(t), S_e(t), I(t), R(t)\}$$

dimana waktu  $t$  adalah satu-satunya faktor yang menentukan peluang transisi

pada waktu  $(t + \Delta t)$ . Jika  $(S_n(t), S_e(t), I(t), R(t)) = (s_n, s_e, i, r)$  dan  $S_n(t + \Delta t), S_e(t + \Delta t), I(t + \Delta t), R(t + \Delta t) = (s_n, s_e, i, r)$ , maka perpindahan dari  $state(s_n, s_e, i, r)$  menuju  $state(s_n, s_e, i, r)$  dapat dinyatakan sebagai:

$$P_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)}(t + \Delta t) = P\{S_n(t + \Delta t) = s_n, S_e(t + \Delta t) = s_e, I(t + \Delta t) = i, R(t + \Delta t) = r\} \\ |S_n(t) = s_n, S_e(t) = s_e, I(t) = i, R(t) = r\}$$

Pada model, diasumsikan nilai  $\Delta t$  yang dipilih sangat kecil pada saat terjadi transisi sehingga kemungkinan perubahan jumlah individu pengguna narkoba maksimal satu selama waktu  $\Delta t$  yang dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} s &\rightarrow s_n + 1, s - 1 \text{ atau } s_n \rightarrow s_n, \\ e &\rightarrow s_e + 1, e - 1 \text{ atau } s_e \rightarrow s_e, \\ i &\rightarrow i + 1, i - 1 \text{ atau } i \rightarrow i, \\ r &\rightarrow r + 1, r - 1 \text{ atau } r \rightarrow r \end{aligned}$$

Berdasarkan perubahan transisi yang terjadi maka untuk model epidemik SEIR dengan CTMC diperoleh peluang transisi sebagai berikut.

$$\begin{aligned} p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)} \\ = p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n + 1, s_e, i, r)} \\ = p\{S_n(t + \Delta t) = s_n + 1, S_e(t + \Delta t) = s_e, I(t + \Delta t) = i, R(t + \Delta t) = r\} | S_n(t) = s_n, S_e(t) = s_e, I(t) = i, R(t) = r\} \\ = (1 - \sigma)\Lambda\Delta t + o(\Delta t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)} \\ = p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n - 1, s_e, i, r)} \\ = p\{S_n(t + \Delta t) = s_n - 1, S_e(t + \Delta t) = s_e, I(t + \Delta t) = i, R(t + \Delta t) = r\} | S_n(t) = s_n, S_e(t) = s_e, I(t) = i, R(t) = r\} \\ = \mu S_n \Delta t + o(\Delta t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)} \\ = p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n - 1, s_e + 1, i, r)} \\ = p\{S_n(t + \Delta t) = s_n - 1, S_e(t + \Delta t) = s_e + 1, I(t + \Delta t) = i, R(t + \Delta t) = r\} | S_n(t) = s_n, S_e(t) = s_e, I(t) = i, R(t) = r\} \\ = \rho S_n \Delta t + o(\Delta t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)} \\ = p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n - 1, s_e, i + 1, r)} \\ = p\{S_n(t + \Delta t) = s_n - 1, S_e(t + \Delta t) = s_e, I(t + \Delta t) = i + 1, R(t + \Delta t) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & r \} | S_n(t) = s_n, S_e(t) = s_e, I(t) = i, R(t) = r \} \\ & = f_1 S_n I \Delta t + o(\Delta t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)} \\ & = p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e - 1, i, r)} \\ & = p \{ S_n(t + \Delta t) = s_n, S_e(t + \Delta t) = s_e - 1, I(t + \Delta t) = i, R(t + \Delta t) = \\ & r \} | S_n(t) = s_n, S_e(t) = s_e, I(t) = i, R(t) = r \} \\ & = \mu S_e \Delta t + o(\Delta t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)} \\ & = p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e + 1, i, r)} \\ & = p \{ S_n(t + \Delta t) = s_n, S_e(t + \Delta t) = s_e + 1, I(t + \Delta t) = i, R(t + \Delta t) = \\ & r \} | S_n(t) = s_n, S_e(t) = s_e, I(t) = i, R(t) = r \} \\ & = \sigma \Lambda \Delta t + o(\Delta t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)} \\ & = p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e - 1, i + 1, r)} \\ & = p \{ S_n(t + \Delta t) = s_n, S_e(t + \Delta t) = s_e - 1, I(t + \Delta t) = i + 1, R(t + \Delta t) = \\ & r \} | S_n(t) = s_n, S_e(t) = s_e, I(t) = i, R(t) = r \} \\ & = f_2 S_e I \Delta t + o(\Delta t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)} \\ & = p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i - 1, r)} \\ & = p \{ S_n(t + \Delta t) = s_n, S_e(t + \Delta t) = s_e, I(t + \Delta t) = i - 1, R(t + \Delta t) = \\ & r \} | S_n(t) = s_n, S_e(t) = s_e, I(t) = i, R(t) = r \} \\ & = (\mu + \delta) I \Delta t + o(\Delta t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)} \\ & = p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i - 1, r + 1)} \\ & = p \{ S_n(t + \Delta t) = s_n, S_e(t + \Delta t) = s_e, I(t + \Delta t) = i - 1, R(t + \Delta t) = \\ & r + 1 \} | S_n(t) = s_n, S_e(t) = s_e, I(t) = i, R(t) = r \} \\ & = \tau I \Delta t + o(\Delta t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)} \\ & = p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i - 1, r + 1)} \\ & = p \{ S_n(t + \Delta t) = s_n, S_e(t + \Delta t) = s_e, I(t + \Delta t) = i - 1, R(t + \Delta t) = \\ & r + 1 \} | S_n(t) = s_n, S_e(t) = s_e, I(t) = i, R(t) = r \} \\ & = \eta I \Delta t + o(\Delta t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)} \\
&= p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r-1)} \\
&= p\{S_n(t + \Delta t) = s_n, S_e(t + \Delta t) = s_e, I(t + \Delta t) = i, R(t + \Delta t) = \\
&\quad r - 1\} | S_n(t) = s_n, S_e(t) = s_e, I(t) = i, R(t) = r\} \\
&= \mu R \Delta t + o(\Delta t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)} \\
&= p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e + 1, i, r-1)} \\
&= p\{S_n(t + \Delta t) = s_n, S_e(t + \Delta t) = s_e + 1, I(t + \Delta t) = i, R(t + \Delta t) = \\
&\quad r - 1\} | S_n(t) = s_n, S_e(t) = s_e, I(t) = i, R(t) = r\} \\
&= \alpha R \Delta t + o(\Delta t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)} \\
&= p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n + 1, s_e, i, r-1)} \\
&= p\{S_n(t + \Delta t) = s_n + 1, S_e(t + \Delta t) = s_e, I(t + \Delta t) = i, R(t + \Delta t) = \\
&\quad r - 1\} | S_n(t) = s_n, S_e(t) = s_e, I(t) = i, R(t) = r\} \\
&= (1 - \alpha) R \Delta t + o(\Delta t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)} \\
&= p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r)} \\
&= 1 - p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n + 1, s_e, i, r)} - p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n - 1, s_e, i, r)} - p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n - 1, s_e + 1, i, r)} - \\
&\quad p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n - 1, s_e, i + 1, r)} - p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e + 1, i, r)} - p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e - 1, i, r)} - \\
&\quad p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e - 1, i + 1, r)} - p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i - 1, r)} - p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i - 1, r + 1)} - \\
&\quad p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i - 1, r + 1)} - p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e, i, r - 1)} - p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n, s_e + 1, i, r - 1)} - \\
&\quad p_{(s_n, s_e, i, r), (s_n + 1, s_e, i, r - 1)} \\
&= 1 - G(t) \Delta t + o(\Delta t)
\end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned}
G(t) &= ((1 - \sigma)\Lambda + \mu S_n + \rho S_n + f_1 S_n I + \sigma \Lambda + \mu S_e + f_2 S_e I + (\mu + \delta I) + \tau I + \eta I + \mu R \\
&\quad + \alpha R + (1 - \alpha)R)
\end{aligned}$$

sehingga

$$P = \begin{cases} (1 - \sigma)\Lambda\Delta t + o(\Delta t), & (s_n, s_e, i, r) = (s_n + 1, s_e, i, r) \\ \mu S_n \Delta t + o(\Delta t), & (s_n, s_e, i, r) = (s_n - 1, s_e, i, r) \\ \rho S_n \Delta t + o(\Delta t), & (s_n, s_e, i, r) = (s_n - 1, s_e + 1, i, r) \\ \sigma \Lambda S_e \Delta t + o(\Delta t), & (s_n, s_e, i, r) = (s_n, s_e + 1, i, r) \\ \mu S_e \Delta t + o(\Delta t), & (s_n, s_e, i, r) = (s_n, s_e - 1, i, r) \\ f_1 S_n I \Delta t + o(\Delta t), & (s_n, s_e, i, r) = (s_n - 1, s_e, i + 1, r) \\ f_2 S_e I \Delta t + o(\Delta t), & (s_n, s_e, i, r) = (s_n, s_e - 1, i + 1, r) \\ (\mu + \delta) I \Delta t + o(\Delta t), & (s_n, s_e, i, r) = (s_n, s_e, i - 1, r) \\ \mu R \Delta t + o(\Delta t), & (s_n, s_e, i, r) = (s_n, s_e, i, r - 1) \\ \alpha R \Delta t + o(\Delta t), & (s_n, s_e, i, r) = (s_n, s_e + 1, i, r - 1) \\ \tau I \Delta t + o(\Delta t), & (s_n, s_e, i, r) = (s_n, s_e, i - 1, r + 1) \\ \eta I \Delta t + o(\Delta t), & (s_n, s_e, i, r) = (s_n, s_e, i - 1, r + 1) \\ (1 - \alpha) R \Delta t + o(\Delta t), & (s_n, s_e, i, r) = (s_n + 1, s_e, i, r - 1) \\ 1 - G(t) \Delta t + o(\Delta t) & (s_n, s_e, i, r) = (s, e, i, r) \\ o(\Delta t), & \text{lainnya} \end{cases} \quad (4.7)$$

Menggunakan sifat Markov dan *infinitesimal transition probabilities*, peluang pada waktu  $t + \Delta t$  dinyatakan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} p_{(s_n, s_e, i, r)}(t + \Delta t) &= p_{(s_n + 1, s_e, i, r)} [(1 - \sigma \Lambda(s_n + 1)) \Delta t + o(\Delta t)] \\ &\quad + p_{(s_n - 1, s_e, i, r)} [\mu(s_n - 1) \Delta t + o(\Delta t)] \\ &\quad + p_{(s_n - 1, s_e + 1, i, r)} [\rho(s_n - 1)(s_e + 1) \Delta t + o(\Delta t)] \\ &\quad + p_{(s_n - 1, s_e, i + 1, r)} [f_1(s_n - 1)(i + 1) \Delta t + o(\Delta t)] \\ &\quad + p_{(s_n, s_e - 1, i, r)} [\mu(s_e - 1) \Delta t + o(\Delta t)] \\ &\quad + p_{(s_n, s_e + 1, i, r)} [\sigma \Lambda(s_e + 1) \Delta t + o(\Delta t)] \\ &\quad + p_{(s_n, s_e - 1, i + 1, r)} [f_2(s_e - 1)(i + 1) \Delta t + o(\Delta t)] \\ &\quad + p_{(s_n, s_e, i - 1, r)} [(\mu + \delta)(i - 1) \Delta t + o(\Delta t)] \\ &\quad + p_{(s_n, s_e, i - 1, r + 1)} [\tau(i - 1)(r + 1) \Delta t + o(\Delta t)] \\ &\quad + p_{(s_n, s_e, i, r - 1)} [\mu(r - 1) \Delta t + o(\Delta t)] \\ &\quad + p_{(s_n, s_e + 1, i, r - 1)} [\alpha(s_e + 1)(r - 1) \Delta t + o(\Delta t)] \\ &\quad + p_{(s_n + 1, s_e, i, r - 1)} [(1 - \alpha)(s_n + 1)(r - 1) \Delta t + o(\Delta t)] \\ &\quad + p_{(s_n, s_e, i, r)} \\ &[1 - (\sigma \Lambda + (\mu + \rho)s_n + \sigma \Lambda + (\mu + \alpha)r + f_1 s_n i + f_2 s_e i + (\mu + \delta + \tau + \eta)i + (\mu r + 1 - \alpha))] \end{aligned}$$

$$\Delta t + o(\Delta t)$$

#### 4.4.2 Peluang Pengguna

Pengguna akan terjadi jika minimal terdapat satu individu pengguna narkoba atau jumlah individu pengguna narkoba semakin meningkat. Peluang pengguna diperkirakan dengan model jalan acak sederhana. Misalkan  $I(n)$  variabel acak pada waktu  $t$  dalam  $\text{state}\{0, 1, 2, \dots\}$ . Jika  $I(n) = u$  maka hanya terdapat satu perpindahan pada interval waktu berikutnya. Perpindahan  $\text{state}$  saat individu pengguna bertambah  $i \rightarrow i+1$  dinotasikan dengan peluang  $p$  dan perpindahan  $\text{state}$  saat individu pengguna berkurang  $i \rightarrow i-1$  dinotasikan dengan peluang  $q$ . Sehingga peluang individu bebas penyakit  $\text{Prob}\{I(n) = 0\}$  dapat dicari menggunakan persamaan berikut.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P\{I(n) = 0\} = \begin{cases} 1, & p \leq q \\ \left(\frac{q}{p}\right)^{i_0}, & p > q \end{cases} \quad (4.8)$$

Pada model epidemik SEIR peluang pengguna ditentukan menggunakan *probability generating function* (pgf) proses bercabang berganda. Diasumsikan bahwa  $I(0) = 1$ , sehingga pgf untuk I adalah:

$$f(u) = \frac{\frac{\beta_1 s_n u^2}{n} + \frac{\beta_2 s_e u^2}{n} + \tau + \eta + (\delta + \mu)}{\frac{\beta_1 s_n}{n} + \frac{\beta_2 s_e}{n} + \tau + \eta + (\delta + \mu)} \quad (4.9)$$

Selanjutnya berdasarkan kondisi bahwa titik tetap tertentu untuk pgf dimana  $0 < q < 1$ , terdapat  $f(q) = q$ , maka berdasarkan Persamaan (4.8) diperoleh nilai

$$q = \frac{(\mu + \rho)(\delta + \eta + \mu + \tau)}{(\beta_2 \rho + \mu(\beta_1(1 - \sigma) + \beta_2 \sigma)} \quad (4.10)$$

atau

$$q = \frac{1}{\mathfrak{R}_0} \quad (4.11)$$

Dengan menggunakan Persamaan (4.8) maka peluang tidak adanya individu pengguna adalah

$$\text{Prob}\{I(n) = 0\} = \begin{cases} 1, & \mathfrak{R}_0 \leq 1 \\ \left(\frac{1}{\mathfrak{R}_0}\right)^{i_0}, & \mathfrak{R}_0 > 1 \end{cases} \quad (4.12)$$

Berdasarkan persamaan (4.12) diperoleh peluang terjadinya pengguna

adalah

$$P_0 = 1 - P\{I(n) = 0\}$$

atau

$$1 - P\{I(n) = 0\} = \begin{cases} 0, & \mathfrak{R}_0 \leq 1 \\ 1 - \left(\frac{1}{\mathfrak{R}_0}\right)^{i_0}, & \mathfrak{R}_0 > 1 \end{cases} \quad (4.13)$$

#### 4.5 Simulasi Numerik

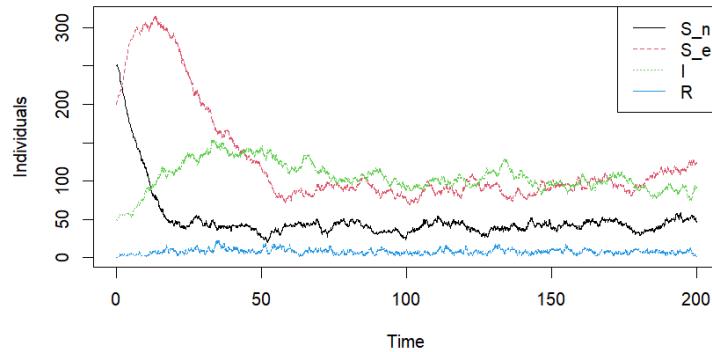
Berdasarkan temuan analisis model epidemi stokastik SEIR pada Persamaan (4.2), akan dilakukan simulasi numerik. Simulasi ini menampilkan dinamika populasi dasar serta dampak setiap parameter terhadap kemungkinan terjadinya pengguna dan kuantitas jumlah individu yang mendapat edukasi.

Adapun nilai parameter yang digunakan pada simulasi ditunjukkan pada Tabel (4.2).

**Tabel 4.2.** Nilai parameter pada model penyebaran pengguna narkoba

Parameter	$R_0 > 1$	Sumber
$\sigma$	0,4	Li(2018)
$\rho$	0,1	Li (2018)
$\mu$	0,02	Li (2018)
$\beta_1$	0,3	Lestari (2012)
$\beta_2$	0,3	Lestari (2012)
$\tau$	0,008	Lestari (2012)
$\delta$	0,02	Lestari (2012)
$\Lambda$	10	Asumsi
$\alpha$	0,09	Asumsi
$\eta$	0,07	Asumsi

Dinamika populasi penyebaran pengguna narkoba akan diamati saat kondisi  $R_0 > 1$ . Dimana  $S_n = 250$ ,  $S_e = 200$ ,  $I = 50$ ,  $R = 0$  dengan  $N = 500$  adalah nilai awal yang digunakan (Husain, 2020).

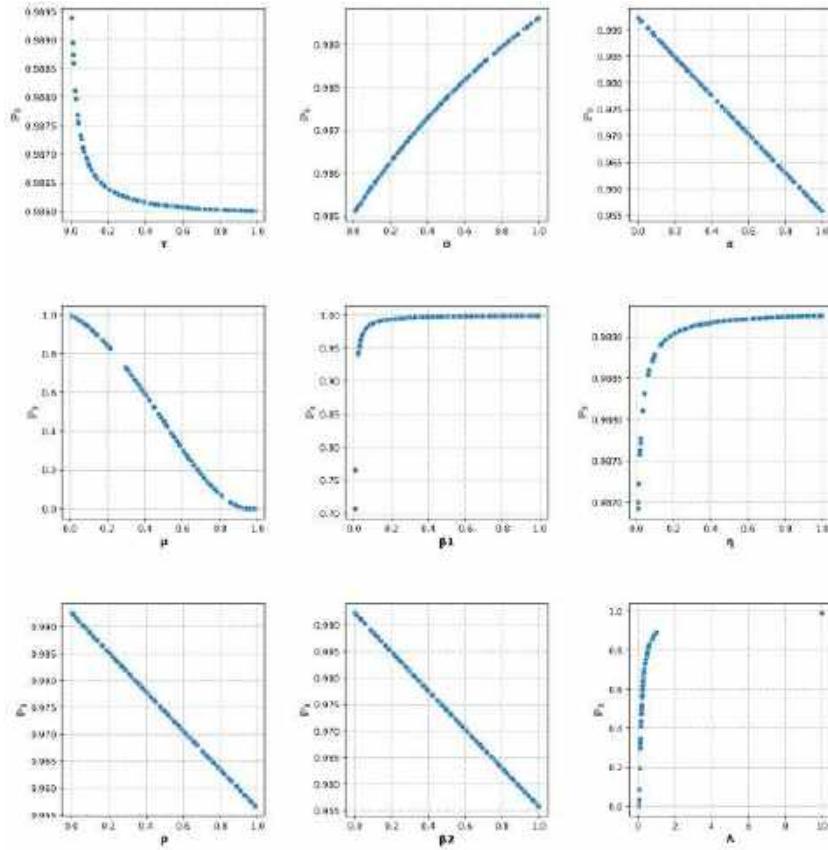


**Gambar 4.2.** Dinamika Populasi Untuk  $R_0 > 1$

Gambar 4.2 menunjukkan populasi di sekitar titik keseimbangan endemik. Dari nilai awalnya, populasi kelompok rentan penggunaan narkoba tanpa edukasi  $S_n$  menurun. Populasi kelompok rentan pengguna narkoba dengan edukasi  $S_e$  meningkat dan kemudian menurun. Jumlah pengguna narkoba di  $I$  mengalami periode peningkatan dan penurunan. Jumlah yang berhenti menggunakan narkoba  $R$  telah bertambah. Penyebaran narkoba terjadi dengan asumsi  $R_0 > 1$  di dekat titik keseimbangan endemik.

#### 4.5.1 Simulasi Peluang Pengguna

Simulasi dilakukan untuk menentukan bagaimana setiap parameter mempengaruhi variasi nilai peluang pengguna  $P_0$  pada Persamaan (4.11). Hasil simulasi ditampilkan pada Gambar (4.3).



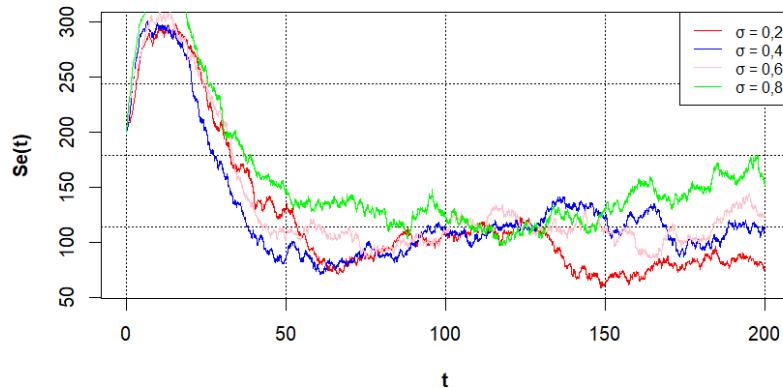
**Gambar 4.3.** Pengaruh parameter terhadap perubahan  $P_0$

Terlihat jelas dari Gambar (4.3), bahwa laju individu mendapat edukasi ( $\sigma$ ), laju rehabilitasi ( $\eta$ ), laju yang telah berhenti ( $\tau$ ), laju perpindahan populasi yang telah berhenti menggunakan narkoba kembali menjadi populasi rentan dengan edukasi ( $\alpha$ ), laju kematian alami pada setiap populasi ( $\mu$ ), laju infeksi populasi pengguna narkoba pada populasi rentan tanpa edukasi ( $\beta_1$ ), laju infeksi populasi pengguna narkoba pada populasi rentan dengan edukasi ( $\beta_2$ ), laju perpindahan populasi rentan tanpa edukasi mendapatkan edukasi ( $\rho$ ), dan laju rekruitmen menjadi individu rentan ( $\Lambda$ ) sangat berpengaruh terhadap dinamika populasi. Peningkatan laju individu mendapat edukasi mengakibatkan menurunnya nilai peluang terjadinya pengguna. Hal serupa berlaku pada laju populasi yang telah berhenti. Sementara itu, laju rehabilitasi mengakibatkan meningkatnya nilai peluang terjadinya pengguna.

#### 4.5.2 Simulasi Pengaruh Jumlah Individu yang Diedukasi ( $\sigma$ )

Pada bagian ini simulasi dilakukan dengan memberikan beberapa kondisi berbeda terhadap parameter edukasi yaitu laju edukasi ( $\sigma$ ). Empat nilai parameter  $\sigma$  yang akan diamati yaitu pada nilai 0.4:0.6:0.8:1, yang

terlihat pada Gambar (4.4). Akan ditunjukkan bahwa perubahan nilai parameter edukasi dapat mengubah dinamika populasi. Adapun dinamika populasi dapat dilihat pada Gambar (4.4).

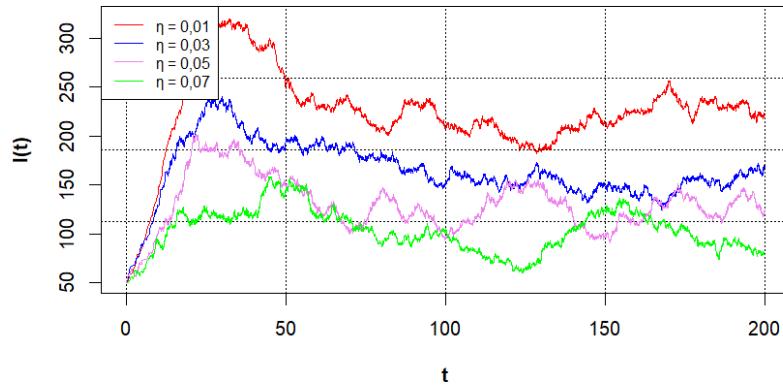


**Gambar 4.4.** Pengaruh parameter  $\sigma$

Pada Gambar (4.4), dapat dilihat bahwa dengan memberikan perbedaan perlakuan pada individu yang diedukasi, mengakibatkan semakin tinggi nilai parameter, maka jumlah individu yang diedukasi terus mengalami peningkatan. Hal ini menunjukkan dengan meningkatkan laju edukasi menyebabkan berkurangnya jumlah individu pengguna. Adapun dengan laju edukasi sebesar 80% sudah mampu menekan jumlah populasi rentan menggunakan narkoba.

#### 4.5.3 Simulasi Pengaruh Jumlah Individu yang Direhabilitasi ( $\eta$ )

Simulasi dilakukan untuk mengetahui pengaruh dari Laju populasi pengguna narkoba mendapat rehabilitasi. Untuk melihat pengaruh tersebut terhadap dinamika populasi, akan dilakukan perubahan parameter dengan menaikkan atau menurunkan nilai parameter terhadap laju penurunan individu yang direhabilitasi  $\eta$ . Adapun dinamika populasi dapat dilihat pada Gambar (4.5).

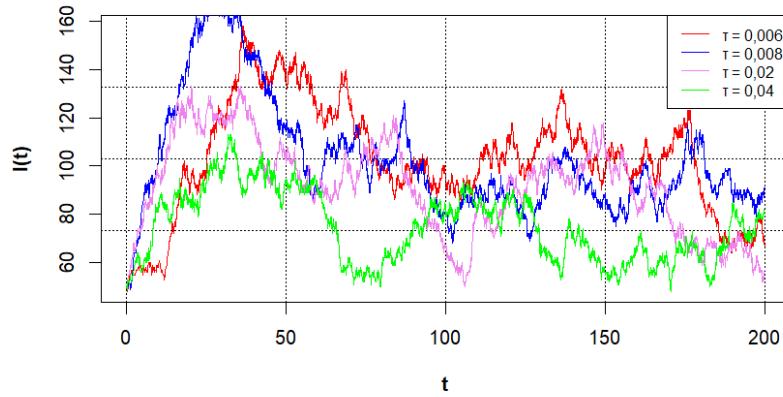


**Gambar 4.5.** Pengaruh parameter  $\eta$

Gambar (4.5) menunjukkan bahwa dinamika populasi dalam laju pengguna narkoba mendapatkan rehabilitasi berkurang ketika tingkat populasi pengguna narkoba yang mendapat rehabilitasi  $\eta$  dinaikkan menjadi 7% dan nilai parameter lainnya tetap. Sementara itu, Ketika Laju populasi pengguna narkoba yang mendapat rehabilitasi diturunkan menjadi 1% dan 3% dan nilai parameter lainnya tetap, terlihat dari dinamika populasi bahwa Laju populasi pengguna narkoba yang mendapat rehabilitasi mengalami peningkatan sehingga berdampak pada penurunan jumlah populasi pengguna.

#### 4.5.4 Simulasi Laju Populasi yang Telah Berhenti ( $\tau$ )

Pada simulasi dilakukan untuk mengetahui pengaruh dari Laju populasi pengguna narkoba yang telah berhenti. Untuk melihat pengaruh tersebut terhadap dinamika populasi, akan dilakukan perubahan parameter dengan menaikkan nilai parameter terhadap laju populasi pengguna narkoba yang telah berhenti  $\eta$ . Adapun dinamika populasi dapat ditunjukkan pada Gambar (4.6).

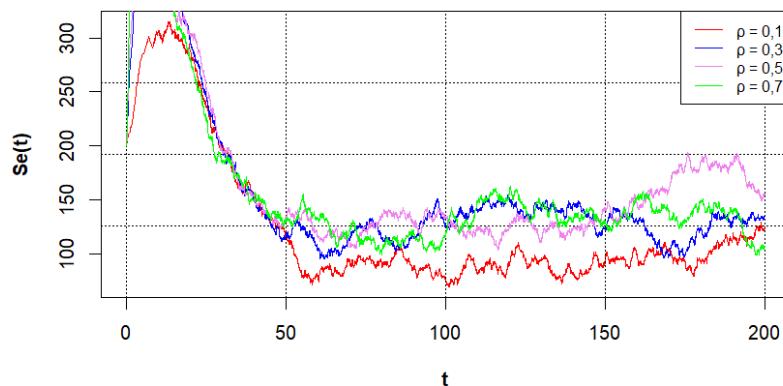


**Gambar 4.6.** Pengaruh parameter  $\tau$

Berdasarkan Gambar (4.6) saat Laju populasi pengguna narkoba yang telah berhenti  $\tau$  dinaikan menjadi 0,04 dengan nilai parameter lainnya tetap, terlihat bahwa dinamika populasi pada jumlah individu pengguna narkoba yang telah berhenti menurun. Sementara ketika Laju populasi pengguna narkoba yang telah berhenti diturunkan menjadi 2% dan 0,6% dengan nilai parameter lain tetap, terlihat pada dinamika populasi jumlah Laju yang telah berhenti mengalami peningkatan yang secara tidak langsung menyebabkan jumlah individu pengguna menurun.

#### 4.5.5 Simulasi laju populasi rentan tanpa edukasi mendapatkan edukasi ( $\rho$ )

Pada simulasi ini, dilakukan nilai perubahan terhadap parameter ( $\rho$ ) untuk mengetahui laju populasi rentan tanpa edukasi mendapatkan edukasi. Adapun dinamika populasi dapat dilihat pada Gambar (4.7)



**Gambar 4.7.** Pengaruh parameter  $\rho$

Berdasarkan Gambar (4.7) saat nilai parameter  $\rho$  diperbesar menjadi 7% dan nilai parameter lain tetap, terlihat bahwa dinamika populasi pada jumlah individu rentan tanpa edukasi mendapatkan edukasi ( $\rho$ ) menurun. Ini menunjukan bahwa dengan memperbesar nilai parameter terhadap laju populasi rentan tanpa edukasi mendapatkan edukasi dapat menekan angka populasi yang rentan dan populasi pengguna narkoba.

## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada penelitian model epidemik SEIR stokastik penyebaran pengguna narkoba dengan faktor edukasi diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Modifikasi model epidemik SEIR stokastik dengan pendekatan rantai Markov waktu kontinu menghasilkan sebaran peluang transisi dari banyaknya individu pengguna.
2. Analisis peluang pengguna model epidemik SEIR menghasilkan sebaran peluang :

$$P\{I(n) = 0\} = \begin{cases} 1, & R_0 \leq 1 \\ \left(\frac{1}{R_0}\right)^{i_0}, & R_0 > 1 \end{cases}$$

Serta peluang terjadinya pengguna adalah sebesar :

$$P_0 = \begin{cases} 0, & R_0 \leq 1 \\ 1 - \left(\frac{1}{R_0}\right)^{i_0}, & R_0 > 1 \end{cases}$$

3. Simulasi menunjukkan dengan laju individu yang diedukasi sebesar 80% dapat menyebabkan berkurangnya jumlah populasi rentan menggunakan narkoba. Adapun laju populasi yang direhabilitasi diperlukan sebanyak 7% per hari untuk mencegah meningkatnya kembali kasus penyebaran pengguna narkoba. Kemudian laju populasi yang telah berhenti diperlukan sebanyak 0,04% dapat mengalami peningkatan yang secara tidak langsung menyebabkan jumlah individu pengguna menurun. Selanjutnya laju populasi rentan tanpa edukasi mendapatkan edukasi diperlukan 7% untuk menekan angka populasi yang rentan dan populasi pengguna narkoba.

#### 5.2 Saran

1. Untuk penelitian selanjutnya, penulis menyarankan untuk membahas mengenai penambahan variabel baru dengan memperhatikan aspek-aspek pengendalian penyakit sesuai dengan perkembangan

terbaru penyebaran kasus Narkoba.

2. paya pencegahan, pemberantasan narkoba, dan rehabilitasi untuk pengguna narkoba harus lebih diperhatikan oleh semua pihak agar dapat mengurangi jumlah penyebaran pengguna narkoba.

## DAFTAR PUSTAKA

- Allen LJS, Lahodny Jr GE, 2012. *Extinction Threshold in Deterministic and stochastic Epidemic Models, Biological Dynamic*
- Allen LJS. 2003. An Introduction to Stochastic Processes with Application to Biology. Pearson Prentic-Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Abdy, M., Side, S., Annas, S., Nur, W., dan Sanusi, W. 2021. *An SIR epidemic model for COVID-19 spread with fuzzy parameter: the case of Indonesia. Advances in Difference Equations.* URL <https://doi.org/10.1186/s13662-021-03263-6>.
- Allen, LJS. 2008. *An Introduction to Stochastic Epidemic Models.* Texas (US): Department of Mathematics and Statistics, Texas Tech University.
- Anton, H. 1997. *Aljabar Linear Elementer.* Erlangga, Jakarta, 5th edition.
- Athreya, KB., dan Ney, PE. 1972. *Branching Processes.* Springer-Verlag. New York
- [BNN]. Penggunaan Narkoba di Kalangan Remaja Meningkat, 2019. URL <https://bnn.go.id/penggunaan-narkoba-kalangan-remaja-meningkat/>
- [BNN]. Badan Narkotika Nasional. 2007. Sistem Informasi Narkotika. Jakarta: SIN Badan Narkotika Nasional.
- Diekmann, O., Heesterbeek, JAP., dan Metz JAJ. 1990. *On the definition and computation of the basic reproduction ratio  $R_0$  in models for infectious diseases in heterogeneous populations.* *J. Math. Biol.* 28, 365–382.
- Giesecke, J. 1994. *Modern Infectious Disease Epidemiology.* Oxford: Oxford University Pr.
- Harris, TE. 1963. *The Theory of Branching Processes.* Springer-Verlag. Berlin.
- Hede, Roswita. 2016. *Perbandingan Metode Kuadrat Terkecil dan Metode Kemungkinan Maksimum dalam Pendugaan Parameter Distribusi Weibull dengan Dua Parameter.* URL <https://repository.usd.ac.id/6188/2/123114005-full>.

- H. Sumarno, P. Sianturi, A.Kusnanto, Siswadi. Model Stokastik Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Di Kota Depok. *JMA*. vol. 14, no. 2, desember 2015, 29-44.
- Husain, 2020. Analisis Kestabilan Model Penyebaran Pengguna Narkoba Dengan Faktor Edukasi, *Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, 14(1):69-78. doi : 10. 30598/barekengvol14iss1pp069-078.
- Jagers, P. 1975. *Branching Processes with Biological Applications*. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics-Applied Probability and Statistics. Wiley-Interscience London.
- John Hopkins University & Medicine. 2021. Coronavirus Resource Center. URL <https://coronavirus.jhu.edu/map.html>
- Kermack, W.O. dan McKendrick, A.G. 1927. A Contribution to the Methematical Theory of Epidemics, *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical , Physical and Enginering and Computer Science*, 115(772):700-721.doi:10.3906/elk-1001-411.
- Kimmel, M., dan Axelrod, D. 2002. *Branching Processes in Biology*. Springer-Verlag. New York.
- Lestari. *Pengembangan Model Penyebaran Pengguna Narkoba White-Comiskey*. Thesis, Institut Pertanian Bogor, 2012.
- Maisura, H. Sumarno, P. Sianturi. 2018. Model Stokastik Penyebaran Penyakit Kolera. *JMA*. Vol. 17, no. 1, Juli, 33-45.
- Mode, CJ. 1971. *Multitype Branching Processes Theory and Applications*. Elsevier. New York.
- Phan, LT., dan Nguyen, TV. (2020). *Transmission of a Novel Coronavirus in Vietnam*, The New England Journal of Medicine.
- Pénisson, S. 2010. *Conditional Limit Theorems for Multitype Branching Processes and Illustration in Epidemiological Risk Analysis*. Ph.D. diss. Institut für Mathematik der Universität Potsdam. Germany.
- Ross, SM. 2010. *Introduction to Probability Models*. Edisi ke-10. California (US): Academic Press Inc.

- Strogatz, SH. 1994. *Nonlinear Dynamics and Chaos, with Application to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. Massachusetts (US): Addison-Wesley Publishing Company.
- Sugiyarto. 2015. *Persamaan Diferensial*. Binafsi Publisher, Yogyakarta.
- Tu, PNV. 1994. *Dynamical System: An Introduction with Application in Economics and Biology*. Heidelberg (DE): Springer-Verlag.
- Toaha, S. 2011. Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan Model Perilaku Jumlah Pelaku Narkoba dengan Faktor Rehabilitasi. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*, 7(2): 62-70.
- White, E dan Comiskey, C. 2007. Heroin Epidemic, Treatment and ODE Modelling. *Mathematical Biosciences*, 208(1):312-324. doi:10.1016/j.mbs.2006.10.008.

# LAMPIRAN

Lampiran 1. Penentuan Titik Tetap

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= (1 - \alpha)\Lambda - \frac{\beta_1 S_n I}{N} + (1 - \alpha)R \\ \frac{dE}{dt} &= \sigma\Lambda + \rho S_n - \frac{\beta_2 S_e I}{N} - \mu S_e + \alpha R \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{\beta_1 S_n I}{N} + \frac{\beta_2 S_e I}{N} - (\tau + \eta + \mu + \delta)I \\ \frac{dR}{dt} &= (\tau + \eta)I - (\mu + 1)R\end{aligned}\tag{1}$$

Titik tetap bebas penyakit  $T_0 = (S_0, E_0, I_0, R_0)$

$$\begin{aligned}\frac{dI}{dt} &= 0 \\ \frac{\beta_1 S_n I}{N} + \frac{\beta_2 S_e I}{N} - (\tau + \eta + \mu + \delta)I &= 0 \\ I \left[ \frac{\beta_1 S_n I}{N} + \frac{\beta_2 S_e I}{N} - \tau + \eta + \mu + \delta \right] &= 0 \\ S_n &= \frac{(1 - \sigma)\Lambda}{\rho + \mu}\end{aligned}$$

Pada keadaan bebas penyakit,  $I = 0$  disubtitusikan ke  $\frac{dS_n(t)}{dt} = 0$  sehingga

$$\begin{aligned}\frac{dS_n}{dt} &= 0 \\ (1 - \alpha)\Lambda + (1 - \alpha)R - \frac{\beta_1 S_n I}{N} + (1 - \alpha)R &= 0 \\ (1 - \alpha)\Lambda + (1 - \alpha)R &= 0 \\ S_n &= \frac{(1 - \sigma)\Lambda}{\rho + \mu}\end{aligned}$$

kemudian  $I = 0$  disubtitusikan ke  $\frac{dR(t)}{dt} = 0$  diperoleh

$$\begin{aligned}\frac{dR}{dt} &= 0 \\ (\tau + \eta)I - (\mu + 1)R &= 0 \\ -\mu + 1R &= 0 \\ R &= 0\end{aligned}$$

selanjutnya nilai dari  $S_n = \frac{(1 - \sigma)\Lambda}{\rho + \mu}$  disubtitusikan ke  $\frac{S_e(0)}{dt} = 0$

$$\frac{S_e}{dt} = 0$$

$$\begin{aligned}
\sigma\Lambda + \rho S_n - \frac{\beta_2 S_e I}{N} - \mu S_e + \alpha R &= 0 \\
\sigma\Lambda + \rho \left[ \frac{(1-\sigma)\Lambda}{\rho+\mu} \right] - \frac{\beta_2 S_e I}{N} - \mu S_e + \alpha R &= 0 \\
S_e &= \frac{\rho(1-\sigma)\Lambda + (\rho+\mu)\sigma\Lambda}{(\rho+\mu)\mu}
\end{aligned}$$

maka diperoleh titik tetap bebas penyakit yaitu

$$T_0 = (S_{n0}, S_{e0}, I_0, R_0) = \left( \frac{(1-\sigma)\Lambda}{\rho+\mu}, \frac{\rho(1-\sigma)\Lambda + (\rho+\mu)}{(\rho+\mu)\mu}, 0, 0 \right)$$

Lampiran 2. Syntax plot bidang solusi model peluang pengguna  $S_n, S_e, I, R$  menggunakan Python 3.8

```

library(adaptivetau)
init.values = c(S=250, E=200, I=50, R=0, X=14)
transitions = list(c(S=+1), c(S=-1), c(S=-1, E=+1), c(S=-1, I=+1),
c(E=-1), c(E=+1), c(E=-1, I=+1),
c(I=-1), c(I=-1, R=+1),
c(R=-1), c(R=-1, E=+1), c(R=-1))
N <- 100
SEIRrateF <- function(x,p,t)
{return(c((1-params$sigma)*x["X"], params$mu*x["S"],
params$rho*x["S"],
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"], params$sigma*x["X"],
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),
(params$mu + params$delta)*x["I"],
(params$tau + params$eta)*x["I"],
params$mu*x["R"], params$alpha*x["R"],(1-params$alpha)*x["R"]
))}

params = list(sigma=0.4, rho=0.1, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.008,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.07)

set.seed(7)
r = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF, params, tf=200)
matplot(r[, "time"], r[, c("S", "E", "I", "R")], type='l', xlab='Time',
ylab='Individuals')
legend("topright", legend=c("S", "E", "I", "R"), lty=1:3, col=1:4)

```

Lampiran 3. Syntax plot bidang solusi model peluang pengguna  $S_n, S_e, I, R$  menggunakan Python 3.8

```

import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns

tau_data = pd.read_excel('D:\SYNTAX\Data R0 - Sislia.xlsx',
sheet_name='Tau')
sigma_data = pd.read_excel('D:\SYNTAX\Data R0 - Sislia.xlsx',
sheet_name='Sigma')
eta_data = pd.read_excel('D:\SYNTAX\Data R0 - Sislia.xlsx',
sheet_name='eta')
mu_data = pd.read_excel('D:\SYNTAX\Data R0 - Sislia.xlsx',
sheet_name='Mu')
beta1_data = pd.read_excel('D:\SYNTAX\Data R0 - Sislia.xlsx',
sheet_name='beta1')
alpha_data = pd.read_excel('D:\SYNTAX\Data R0 - Sislia.xlsx',
sheet_name='alpha')
rho_data = pd.read_excel('D:\SYNTAX\Data R0 - Sislia.xlsx',
sheet_name='rho')
beta2_data = pd.read_excel('D:\SYNTAX\Data R0 - Sislia.xlsx',
sheet_name='beta2')
lambda_data = pd.read_excel('D:\SYNTAX\Data R0 - Sislia.xlsx',
sheet_name='Lambda')
fig, ax = plt.subplots(figsize=(15, 15), dpi=400)

plt.subplot(3,3,1)
sns.scatterplot(x='tau', y='PW tau', data=tau_data)
plt.grid(b=True,which='major',axis='both',linestyle='-.')
plt.ylabel(u'\u0219' + "$_0$",weight='bold', fontsize=12)
plt.xlabel(u'\u03c4', weight='bold', fontsize=12)

plt.subplot(3,3,2)
sns.scatterplot(x='sigma', y='PW sigma', data=sigma_data)
plt.grid(b=True,which='major',axis='both',linestyle='-.')
plt.ylabel(u'\u0219' + "$_0$", weight='bold', fontsize=12)
plt.xlabel(u'\u03c3', weight='bold', fontsize=12)

```

```
plt.subplot(3,3,3)
sns.scatterplot(x='eta', y='PW eta', data=eta_data)
plt.grid(b=True,which='major',axis='both',linestyle='-.')
plt.ylabel(u'\u2119' + "$_0$", weight='bold', fontsize=12)
plt.xlabel(u'\u03B1', weight='bold', fontsize=12)

plt.subplot(3,3,4)
sns.scatterplot(x='mu', y='PW mu', data=mu_data)
plt.grid(b=True,which='major',axis='both',linestyle='-.')
plt.ylabel(u'\u2119' + "$_0$", weight='bold', fontsize=12)
plt.xlabel(u'\u03BC', weight='bold', fontsize=12)

plt.subplot(3,3,5)
sns.scatterplot(x='beta1', y='PW beta1', data=beta1_data)
plt.grid(b=True,which='major',axis='both',linestyle='-.')
plt.ylabel(u'\u2119' + "$_0$", weight='bold', fontsize=12)
plt.xlabel(u'\u03B2_1', weight='bold', fontsize=12)

plt.subplot(3,3,6)
sns.scatterplot(x='alpha', y='PW alpha', data=alpha_data)
plt.grid(b=True,which='major',axis='both',linestyle='-.')
plt.ylabel(u'\u2119' + "$_0$", weight='bold', fontsize=12)
plt.xlabel(u'\u03B1', weight='bold', fontsize=12)

plt.subplot(3,3,7)
sns.scatterplot(x='rho', y='PW rho', data=rho_data)
plt.grid(b=True,which='major',axis='both',linestyle='-.')
plt.ylabel(u'\u2119' + "$_0$", weight='bold', fontsize=12)
plt.xlabel(u'\u03C1', weight='bold', fontsize=12)

plt.subplot(3,3,8)
sns.scatterplot(x='beta2', y='PW beta2', data=beta2_data)
plt.grid(b=True,which='major',axis='both',linestyle='-.')
plt.ylabel(u'\u2119' + "$_0$", weight='bold', fontsize=12)
plt.xlabel(u'\u03B2_2', weight='bold', fontsize=12)

plt.subplot(3,3,9)
```

```
sns.scatterplot(x='Lambda', y='PW Lambda', data=lambda_data)
plt.grid(b=True, which='major', axis='both', linestyle='-.')
plt.ylabel(u'\u2119' + "$_0$", weight='bold', fontsize=12)
plt.xlabel(u'\u039b', weight='bold', fontsize=12)

plt.subplots_adjust(top=0.92, bottom=0.08, left=0.10, right=0.9, hspace=0.4,
wspace=0.4)

plt.savefig('peluangwabah.png', format='png', dpi=400)
plt.show()
```

Lampiran 4. Syntax plot bidang solusi Pengaruh Jumlah Individu yang Diedukasi ( $\sigma$ ) menggunakan Python 3.8

```

library(adaptivetau)
init.values = c(S=250, E=200, I=50, R=0, X=14)
transitions = list(c(S=+1), c(S=-1), c(S=-1, E=+1), c(S=-1, I=+1),
c(E=-1), c(E=+1), c(E=-1, I=+1),
c(I=-1), c(I=-1, R=+1),
c(R=-1), c(R=-1, E=+1), c(R=-1))
N <- 100
SEIRrateF <- function(x,p,t)
{return(c((1-params$sigma)*x["X"], params$mu*x["S"],
params$rho*x["S"],
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"], params$sigma*x["X"],
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),
(params$mu + params$delta)*x["I"],
(params$tau + params$eta)*x["I"],
params$mu*x["R"], params$alpha*x["R"],(1-params$alpha)*x["R"]
))}

SEIRrateF1 <- function(x,p,t)
{return(c((1-params1$sigma)*x["X"], params$mu*x["S"],
params$rho*x["S"],
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"], params1$sigma*x["X"],
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),
(params$mu + params$delta)*x["I"],
(params$tau + params$eta)*x["I"],
params$mu*x["R"], params$alpha*x["R"],(1-params$alpha)*x["R"]
))}

SEIRrateF2 <- function(x,p,t)
{return(c((1-params2$sigma)*x["X"], params$mu*x["S"],
params$rho*x["S"],
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"], params2$sigma*x["X"],
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),
(params$mu + params$delta)*x["I"],

```

```

(params$tau + params$eta)*x["I"] ,
params$mu*x["R"] , params$alpha*x["R"] ,(1-params$alpha)*x["R"]
))}

SEIRrateF3 <- function(x,p,t)
{return(c((1-params3$sigma)*x["X"] , params$mu*x["S"] ,
params$rho*x["S"] ,
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]) ,
params$mu*x["E"] , params3$sigma*x["X"] ,
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]) ,
(params$mu + params$delta)*x["I"] ,
(params$tau + params$eta)*x["I"] ,
params$mu*x["R"] , params$alpha*x["R"] ,(1-params$alpha)*x["R"]
))}

params = list(sigma=0.2, rho=0.1, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.008,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.07)
params1 = list(sigma=0.4, rho=0.1, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.008,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.07)
params2 = list(sigma=0.6, rho=0.1, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.008,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.07)
params3 = list(sigma=0.8, rho=0.1, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.008,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.07)

set.seed(7)
r = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF, params, tf=200)
r1 = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF1, params1, tf=200)
r2 = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF2, params2, tf=200)
r3 = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF3, params3, tf=200)
matplot(r[, "time"], r[,c("S", "E", "I", "R")], type='l', xlab='Time',
ylab='Individuals')
legend("topright", legend=c("S", "E", "I", "R"), lty=1:3, col=1:4)

x <- r[, "time"]
x1 <- r1[, "time"]
x2 <- r2[, "time"]
x3 <- r3[, "time"]
y <- r[, "E"]

```

```
y1 <- r1[, "E"]
y2 <- r2[, "E"]
y3 <- r3[, "E"]

#jpeg("simul.jpeg", width=8, height=6, units="in", res=500)
plot(x, y, type="l", col="red", lty=1, xlab = "t", ylab = "Se(t)", font.lab=2)
grid(nx= NULL, 4, lwd=1, col="black")
lines(x1,y1, type="l", col="blue",lty=1)
lines(x2,y2, type="l", col="pink",lty=1)
lines(x3,y3, type="l", col="green",lty=1)
legend("topright", legend=c("\u03c3 = 0,2", "\u03c3 = 0,4", "\u03c3 = 0,6", "\u03c3 = 0,8"))
#dev.off()
```

Lampiran 5. Syntax plot bidang solusi Pengaruh Jumlah Individu yang Direhabilitasi ( $\eta$ ) menggunakan Python 3.8

```

library(adaptivetau)
init.values = c(S=250, E=200, I=50, R=0, X=14)
transitions = list(c(S=+1), c(S=-1), c(S=-1, E=+1), c(S=-1, I=+1),
c(E=-1), c(E=+1), c(E=-1, I=+1),
c(I=-1), c(I=-1, R=+1),
c(R=-1), c(R=-1, E=+1), c(R=-1))
N <- 100
SEIRrateF <- function(x,p,t)
{return(c((1-params$sigma)*x["X"], params$mu*x["S"],
params$rho*x["S"],
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"], params$sigma*x["X"],
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),
(params$mu + params$delta)*x["I"],
(params$tau + params$eta)*x["I"],
params$mu*x["R"], params$alpha*x["R"],(1-params$alpha)*x["R"]
))}

SEIRrateF1 <- function(x,p,t)
{return(c((1-params$sigma)*x["X"], params$mu*x["S"],
params$rho*x["S"],
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"], params$sigma*x["X"],
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),
(params$mu + params$delta)*x["I"],
(params$tau + params$eta)*x["I"],
params$mu*x["R"], params$alpha*x["R"],(1-params$alpha)*x["R"]
))}

SEIRrateF2 <- function(x,p,t)
{return(c((1-params$sigma)*x["X"], params$mu*x["S"],
params$rho*x["S"],
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"], params$sigma*x["X"],
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),

```

```

(params$mu + params$delta)*x["I"] ,
(params$tau + params2$eta)*x["I"] ,
params$mu*x["R"] , params$alpha*x["R"] ,(1-params$alpha)*x["R"]
))}

SEIRrateF3 <- function(x,p,t)
{return(c((1-params$sigma)*x["X"] , params$mu*x["S"] ,
params$rho*x["S"] ,
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"] , params$sigma*x["X"] ,
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),
(params$mu + params$delta)*x["I"] ,
(params$tau + params3$eta)*x["I"] ,
params$mu*x["R"] , params$alpha*x["R"] ,(1-params$alpha)*x["R"]
))}

params = list(sigma=0.4, rho=0.1, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.008,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.01)
params1 = list(sigma=0.4, rho=0.1, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.008,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.03)
params2 = list(sigma=0.4, rho=0.1, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.008,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.05)
params3 = list(sigma=0.4, rho=0.1, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.008,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.07)

set.seed(7)
r = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF, params, tf=200)
r1 = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF1, params1, tf=200)
r2 = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF2, params2, tf=200)
r3 = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF3, params3, tf=200)
matplot(r[, "time"], r[, c("S", "E", "I", "R")], type='l', xlab='Time',
ylab='Individuals')
legend("topright", legend=c("S", "E", "I", "R"), lty=1:3, col=1:4)

x <- r[, "time"]
x1 <- r1[, "time"]
x2 <- r2[, "time"]
x3 <- r3[, "time"]

```

```
y <- r[, "I"]
y1 <- r1[, "I"]
y2 <- r2[, "I"]
y3 <- r3[, "I"]

#jpeg("simulasi.jpeg", width=8, height=6, units="in", res=500)
plot(x,y, type="l", col="red", lty=1, xlab = "t",
      ylab = "I(t)", font.lab=2)
grid(nx= NULL, 4, lwd=1, col="black")
lines(x1,y1, type="l", col="blue", lty=1)
lines(x2,y2, type="l", col="violet", lty=1)
lines(x3,y3, type="l", col="green", lty=1)
legend("topleft",
       legend=c("\u03b7 = 0,01", "\u03b7 = 0,03", "\u03b7 = 0,05", "\u03b7 = 0,07"),
       col=c("red", "blue", "violet", "green"), lty=1, cex=0.8)

#dev.off()
```

Lampiran 6. Syntax plot bidang solusi Laju Populasi yang Telah Berhenti ( $\tau$ ) menggunakan Python 3.8

```

library(adaptivetau)
init.values = c(S=250, E=200, I=50, R=0, X=14)
transitions = list(c(S=+1), c(S=-1), c(S=-1, E=+1), c(S=-1, I=+1),
c(E=-1), c(E=+1), c(E=-1, I=+1),
c(I=-1), c(I=-1, R=+1),
c(R=-1), c(R=-1, E=+1), c(R=-1))
N <- 100
SEIRrateF <- function(x,p,t)
{return(c((1-params$sigma)*x["X"], params$mu*x["S"],
params$rho*x["S"],
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"], params$sigma*x["X"],
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),
(params$mu + params$delta)*x["I"],
(params$tau + params$eta)*x["I"],
params$mu*x["R"], params$alpha*x["R"],(1-params$alpha)*x["R"]
))}

SEIRrateF1 <- function(x,p,t)
{return(c((1-params$sigma)*x["X"], params$mu*x["S"],
params$rho*x["S"],
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"], params$sigma*x["X"],
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),
(params$mu + params$delta)*x["I"],
(params$tau + params$eta)*x["I"],
params$mu*x["R"], params$alpha*x["R"],(1-params$alpha)*x["R"]
))}

SEIRrateF2 <- function(x,p,t)
{return(c((1-params$sigma)*x["X"], params$mu*x["S"],
params$rho*x["S"],
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"], params$sigma*x["X"],
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),
)
}

```

```

(params$mu + params$delta)*x["I"] ,
(params2$tau + params$eta)*x["I"] ,
params$mu*x["R"] , params$alpha*x["R"] ,(1-params$alpha)*x["R"]
))}

SEIRrateF3 <- function(x,p,t)
{return(c((1-params$sigma)*x["X"] , params$mu*x["S"] ,
params$rho*x["S"] ,
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"] , params$sigma*x["X"] ,
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),
(params$mu + params$delta)*x["I"] ,
(params3$tau + params$eta)*x["I"] ,
params$mu*x["R"] , params$alpha*x["R"] ,(1-params$alpha)*x["R"]
))}

params = list(sigma=0.4, rho=0.1, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.006,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.07)
params1 = list(sigma=0.4, rho=0.1, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.008,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.07)
params2 = list(sigma=0.4, rho=0.1, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.02,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.07)
params3 = list(sigma=0.4, rho=0.1, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.04,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.07)

set.seed(7)
r = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF, params, tf=200)
r1 = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF1, params1, tf=200)
r2 = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF2, params2, tf=200)
r3 = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF3, params3, tf=200)
matplot(r[, "time"], r[, c("S", "E", "I", "R")], type='l', xlab='Time',
ylab='Individuals')
legend("topright", legend=c("S", "E", "I", "R"), lty=1:3, col=1:4)

x <- r[, "time"]
x1 <- r1[, "time"]
x2 <- r2[, "time"]
x3 <- r3[, "time"]

```

```
y <- r[, "I"]
y1 <- r1[, "I"]
y2 <- r2[, "I"]
y3 <- r3[, "I"]

#jpeg("simulasi.jpeg", width=8, height=6, units="in", res=500)
plot(x,y, type="l", col="red", lty=1, xlab = "t",
ylab = "I(t)", font.lab=2)
grid(nx= NULL, 4, lwd=1, col="black")
lines(x1,y1, type="l", col="blue", lty=1)
lines(x2,y2, type="l", col="violet", lty=1)
lines(x3,y3, type="l", col="green", lty=1)
legend("topright",
legend=c("\u03c4 = 0,006", "\u03c4 = 0,008", "\u03c4 = 0,02", "\u03c4 = 0,04"),
col=c("red", "blue", "violet", "green"), lty=1, cex=0.8)

#dev.off()
```

Lampiran 7. Syntax plot bidang solusilaju populasi rentan tanpa edukasi mendapatkan edukasi ( $\rho$ ) menggunakan Python 3.8

```

library(adaptivetau)
init.values = c(S=250, E=200, I=50, R=0, X=14)
transitions = list(c(S=+1), c(S=-1), c(S=-1, E=+1), c(S=-1, I=+1),
c(E=-1), c(E=+1), c(E=-1, I=+1),
c(I=-1), c(I=-1, R=+1),
c(R=-1), c(R=-1, E=+1), c(R=-1))
N <- 100
SEIRrateF <- function(x,p,t)
{return(c((1-params$sigma)*x["X"], params$mu*x["S"],
params$rho*x["S"],
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"], params$sigma*x["X"],
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),
(params$mu + params$delta)*x["I"],
(params$tau + params$eta)*x["I"],
params$mu*x["R"], params$alpha*x["R"],(1-params$alpha)*x["R"]
))}

SEIRrateF1 <- function(x,p,t)
{return(c((1-params$sigma)*x["X"], params$mu*x["S"],
params1$rho*x["S"],
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"], params$sigma*x["X"],
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),
(params$mu + params$delta)*x["I"],
(params$tau + params$eta)*x["I"],
params$mu*x["R"], params$alpha*x["R"],(1-params$alpha)*x["R"]
))}

SEIRrateF2 <- function(x,p,t)
{return(c((1-params$sigma)*x["X"], params$mu*x["S"],
params2$rho*x["S"],
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"], params$sigma*x["X"],
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),

```

```

(params$mu + params$delta)*x["I"] ,
(params$tau + params$eta)*x["I"] ,
params$mu*x["R"] , params$alpha*x["R"],(1-params$alpha)*x["R"]
))}

SEIRrateF3 <- function(x,p,t)
{return(c((1-params$sigma)*x["X"] , params$mu*x["S"] ,
params3$rho*x["S"] ,
params$beta[1]*x["I"]*x["S"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]+x["R"]),
params$mu*x["E"] , params$sigma*x["X"] ,
params$beta[2]*x["I"]*x["E"]/(x["S"]+x["E"]+x["I"]),
(params$mu + params$delta)*x["I"] ,
(params$tau + params$eta)*x["I"] ,
params$mu*x["R"] , params$alpha*x["R"],(1-params$alpha)*x["R"]
))}

params = list(sigma=0.4, rho=0.1, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.008,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.07)
params1 = list(sigma=0.4, rho=0.3, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.008,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.07)
params2 = list(sigma=0.4, rho=0.5, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.008,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.07)
params3 = list(sigma=0.4, rho=0.7, mu=0.02, beta=c(0.2, 0.2), tau=0.008,
delta=0.02, alpha=0.09, eta=0.07)

set.seed(7)
r = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF, params, tf=200)
r1 = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF1, params1, tf=200)
r2 = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF2, params2, tf=200)
r3 = ssa.adaptivetau(init.values, transitions, SEIRrateF3, params3, tf=200)
matplot(r[, "time"], r[, c("S", "E", "I", "R")], type='l', xlab='Time',
ylab='Individuals')
legend("topright", legend=c("S", "E", "I", "R"), lty=1:3, col=1:4)

x <- r[, "time"]
x1 <- r1[, "time"]
x2 <- r2[, "time"]
x3 <- r3[, "time"]

```

```
y <- r[, "E"]
y1 <- r1[, "E"]
y2 <- r2[, "E"]
y3 <- r3[, "E"]

#jpeg("simulasi.jpeg", width=8, height=6, units="in", res=500)
plot(x,y, type="l", col="red", lty=1, xlab = "t",
      ylab = "Se(t)", font.lab=2)
grid(nx= NULL, 4, lwd=1, col="black")
lines(x1,y1, type="l", col="blue", lty=1)
lines(x2,y2, type="l", col="violet", lty=1)
lines(x3,y3, type="l", col="green", lty=1)
legend("topright",
       legend=c("\u03c1 = 0,1", "\u03c1 = 0,3", "\u03c1 = 0,5", "\u03c1 = 0,7"),
       col=c("red", "blue", "violet", "green"), lty=1, cex=0.8)

#dev.off()
```

## CURRICULUM VITAE



Penulis bernama lengkap Ranti sidu, lahir di Kwandang, pada tanggal 22 Mei 1999. Penulis merupakan anak ketiga dari pasangan Bapak Yamin Tidu dan Ibu Dewi Ulango. Penulis mempunyai dua orang kakak laki-laki bernama Irfan Ulang, dan Fikran Sidu. Penulis telah menempuh pendidikan formal di TK Bintang Laut (Ponelo Kepulauan) Tahun 2003-2005, SDN 1 Ponelo Kepulauan Tahun 2005-2011, SMP Negeri 1 Ponelo Kepulauan Tahun 2011-2014, SMA Negeri 8 gorontalo Utara Tapa Tahun 2014-2017. Setelah itu penulis melanjutkan pendidikan ke jenjang perguruan tinggi pada Program Studi S1 Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Gorontalo pada tahun 2017. Kegiatan yang pernah diikuti penulis selama menempuh pendidikan yaitu:

1. Peserta Masa Orientasi Mahasiswa Baru (MOMB) UNG Tahun 2017
2. Peserta Pelatihan Komputer dan Internet Tahun 2017
3. Peserta Seminar Nasional Menjadi Entrepreneur Muda Membangun Bangsa di Era Masyarakat Ekonomi Asean Tahun 2017

Adapun organisasi yang pernah diikuti selama menjadi mahasiswa Prodi S1-Matematika, antara lain:

1. Anggota dari Himpunan Mahasiswa Program Studi Matematika (HMPS Matematika) Periode 2018



KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN,

RISET, DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS NEGERI GORONTALO

UPA PERPUSTAKAAN

Jalan Prof. Dr. Ing. B.J. Habibie, Tilongkabila, Bone Bolango 96583

Telepon (0435) 821125 Faxumile (0435) 821752

Laman : [www.upaperpustakaan.ung.ac.id](http://www.upaperpustakaan.ung.ac.id) Email : [perpustakaan@ung.ac.id](mailto:perpustakaan@ung.ac.id)

---

SURAT KETERANGAN

NOMOR : 5317/UN47.E1/TA.01.02/2024

Yang bertanda tangan dibawah ini,

Nama : Dr. Ismet Sulila, SE, M.Si

NIP : 197803182006041002

Pangkat/Golongan : Pembina Utama Muda /IV c

Jabatan : Kepala UPA Perpustakaan

Dengan ini menerangkan bahwa,

Nama : RANTI SIDU

NIM : 412417007

Fakultas/Prodi : FMIPA / S1 - MATEMATIKA

Alamat : DESA PONELO KECAMATAN PONELO KEPULAUAN KABUPATEN  
GORONTALO UTARA

Dinyatakan telah *bebas* dari Perpustakaan Pusat setelah yang bersangkutan melunasi kewajiban berupa :

1. Mengembalikan buku pinjaman;
2. Memberikan partisipasi berupa uang tunai sebagai pengganti sumbangan buku senilai Rp. 30.000,- (Tiga Puluh Ribu Rupiah); dan
3. Membayar biaya Administrasi sebesar Rp. 5.000,- (Lima Ribu Rupiah).

Surat Keterangan ini hanya berlaku selama 3 (tiga) bulan sejak dikeluarkan.

Demikian Surat Keterangan ini kami buat dan digunakan sebagaimana mestinya.

21 Juni 2024

Kepala,



Dr. Ismet Sulila, SE, M.Si

NIP. 197803182006041002



Balai  
Sertifikasi  
Elektronik

- Dokumen ini telah ditandatangani secara elektronik menggunakan sertifikat elektronik yang diterbitkan BSE
- UU ITE No. 11 Tahun 2008 Pasal 5 Ayat 1

\*Informasi Elektronik dan/atau Dokumen Elektronik dan/atau hasil cetaknya merupakan alat bukti hukum yang sah\*



SURAT KETERANGAN  
NOMOR : 1806/UN47.B4.3/KM.00/2024

Yang bertanda tangan dibawah ini,

Nama : Dr. Lilan Dama, S.Pd, M.Pd  
NIP : 197701112002122001  
Pangkat/Golongan : Penata Tingkat I / III d  
Jabatan : Wakil Dekan Bidang Kemahasiswaan dan Alumni Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menerangkan bahwa,

Nama : Ranti Sidu  
Nim : 412 417 007  
Jurusan/Prodi : Matematika / S-1 Matematika  
Semester : XIV (empat belas)

Bawa yang bersangkutan benar-benar berkelakuan baik pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Gorontalo.

Demikian surat keterangan ini diberikan untuk dipergunakan seperlunya.

13 Juni 2024

Wakil Dekan Bidang Kemahasiswaan dan Alumni,



Dr. Lilan Dama, S.Pd, M.Pd  
NIP. 197701112002122001



Balai  
Sertifikasi  
Elektronik

- Dokumen ini telah ditandatangani secara elektronik menggunakan sertifikat elektronik yang diterbitkan BSeE
- UU ITE No. 11 Tahun 2008 Pasal 5 Ayat 1  
"Informasi Elektronik dan/atau Dokumen Elektronik dan/atau hasil cetaknya merupakan alat bukti hukum yang sah"



**KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI, DAN PENDIDIKAN TINGGI  
UNIVERSITAS NEGERI GORONTALO  
PANITIA PELAKSANA MASA ORIENTASI MAHASISWA BARU (MOMB)**

## Sertifikat

diberikan kepada :

NIM . Sebagai PESERTA

Telah mengikuti dengan baik dan dinyatakan LULUS pada Kegiatan Masa Orientasi Mahasiswa Baru (MOMB) Universitas Negeri Gorontalo Tahun Akademik 2017/2018

Gorontalo, September 2017  
Wakil Rektor Bidang Kemahasiswaan  
~~dan Alumni~~



Dr. Fence M. Wantu, SH.MH  
NIP. 19740119 200112 1 001